

# 数 学 科 授 業 案

日 時 平成 30 年 7 月 20 日 (金)  
生 徒 白糠町立白糠中学校第 3 学年  
授業者 習熟度 標準 野口 朝央  
基礎 赤本 純基  
授業場 白糠町立白糠中学校

## 1 単元名 「3 章 二次方程式」

### 2 単元の目標

二次方程式の必要性と意味及びその解の意味などを理解し、二次方程式を解く技能を習得し、それらを活用しながら、日常事象と関連した具体的な場面について考察し表現したり、その過程を振り返って統合的・発展的に考えたりしようとする態度を養う。

### 3 単元について

#### (1) 単元観

新学習指導要領では、中央教育審議会答申を踏まえ、教育課程全体を通して育成すべき資質・能力を、ア「何を理解しているのか、何ができるのか（生きて働く「知識・技能」の習得）」、イ「理解していること・できることをどう使うか（未知の状況にも対応できる「思考力・判断力・表現力等」の育成）」、ウ「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか（学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力・人間性等」の涵養）」の三つの柱で再整理している。そして、これらの資質・能力の一層の向上のため、我が国の優れた教育実践に見られる普遍的な視点である「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善を推進することが求められている。

本単元では、第 1 学年で学習した一元一次方程式と第 2 学年で学習した連立二元一次方程式を踏まえ、類似点や相違点を明らかにしたり新たな視点を加えたりすることで、二次方程式を解くことができるようにするとともに、それを具体的な問題解決の場面で利用できるようにし、方程式をこれまでより多くの場面で活用できるようにすることがねらいである。具体的な事象の問題解決場面では、解が二つ求められることから与えられた条件を満たすかどうかを吟味する必要があるため、自然と問題の解決過程を振り返ることができる。さらに、二次方程式は高校で学習する二次関数および数の拡張などの基礎となるものである。

## (2) 指導観

「二次方程式」は、数と式領域の最後に位置付けられており問題を解くためには、今までに学習してきた「方程式」、「式の展開、因数分解」、「平方根」などの内容を活用しなければならない。そのため、既習内容とのつながりを意識した学習を展開することで、問題の解決過程において新たな知識や技能を身に付けさせていくことができる。二次方程式における3つの解法の指導順は「平方の形に変形する方法」「解の公式による方法」「因数分解による方法」で取り扱う。最初に「平方根の形に変形する方法」を扱う意図は、等式の性質を利用して解を求めてきた一次方程式、連立二元一次方程式の考えから、生徒にとって左辺が文字の項、右辺が定数だけの項といった  $x^2 = c$  の形に変形することが自然と考えられるからである。つづけて  $ax^2 + bx + c = 0$  の式を扱い、単に  $ax^2 + bx = -c$  の形にしても解を求めることができないことを経験させ、解決方法を試行錯誤する中から、平方根の考えより平方完成の考え方を導かせ、目的に合うように式を変形していくという数学のよさを実感させる。そして、平方完成の考えを一般化することで「解の公式による方法」につなげる。「因数分解による方法」では、どんな二次方程式に対しても解けるわけではないが、因数分解ができる式であれば、何よりも手早く解が求められるよさを生徒に実感させる。方程式の解き方の指導では、いつでも公式を用いて解を求めようとするのではなく、式の特徴を見抜き、どのような場合にどの方法を選択して解くのかという生徒の柔軟な思考態度を大切にす。二次方程式の利用に関しては、これまで解決できなかった問題も二次方程式を活用すると解決できる場合があることを実感させ、より広くの問題の解決に方程式が活用できることを理解させる。その際、二次方程式は解が二つあることや大きさが分かりにくい平方根を含む数になることがあるため、問題の答えとして適切でないことに気付きにくい場合がある。したがって、得られた解が問題の答えとして適切であるかどうかを、もとの事象に戻して調べたりする解決過程を振り返る活動を大切にしたい。

## 4 評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについて の知識・理解
二次方程式とその解の意味、平方根の考えや因数分解を用いた解き方に関心を持ち、二次方程式を活	平方根の考えや因数分解を用いた解き方を見いだすことができる。また、二次方程式を利用した問題	平方根の考えや因数分解、解の公式を利用して二次方程式を効率よく解くことができるとともに、具	二次方程式とその解の意味や解き方を理解している。また、二次方程式を活用して問題を解決する手

用して問題を解決しようとする。	の解決では、得られた解の適切さについて振り返って統合的・発展的に考えることができる。	体的な事象の中から二次方程式をつくり、問題を解決することができる。	順を理解している。
-----------------	--	-----------------------------------	-----------

## 5 指導計画（16時間）

段階	時数	学習内容	目指す生徒の姿
二次方程式への関心を高める段階	2	○二次方程式とその解	・解が二つあることに気づき、二次方程式とその解，解くことの意味を理解する。 【関・知】
解き方を理解する段階	6	○二次方程式の解き方	・一次方程式に帰着しながら，二次方程式を解くことができる。【考・技】 ・平方根や因数分解，解の公式を用いた解き方で，式変形や操作が簡潔にできる。 【技】
二次方程式をよりよく解く段階	2	○いろいろな二次方程式	・問題に応じて解き方を工夫することで，能率のよい二次方程式の解き方を考える。 【考・知】
二次方程式を活用する段階	4	○二次方程式の活用	・二次方程式が広く活用できることのよさを実感する。【関・考】 ・解が問題の答えとして適切であるかどうかを調べることの必要性に気づく。【考・知】
学習を振り返る段階	2	○基本の問題・章の問題	・単元を振り返ることで，理解と定着を図る。

文責：野口 朝央

6 本時の学習 (9 / 16 時間目) **(1) 少人数「基礎」版**

・本時の目標

2 次方程式のいろいろな解き方を比較することを通して、それらを使い分けようとしている。(数学への関心・意欲・態度)

・本時の展開

教師の働きかけ (●)・主な学習活動 (○)	評価方法 (※) 備考 (・)
<p>1. 問題提示・課題把握</p> <p>2 次方程式 <math>x^2+5x+6=0</math> はどのように解けばよいのだろうか。</p> <p>2. 個人思考・集団思考</p> <p>①解の公式を使って解く  <math>x^2+5x+6=0</math></p> $a=1, b=5, c=6 \quad x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times6}}{2\times1} \quad x=\frac{-5\pm\sqrt{1}}{2}$ $x=\frac{-5\pm1}{2} \quad x=\frac{-4}{2}, \frac{-6}{2} \quad x=-2, -3$ <p>●「解の公式でしか解けないのかな？」</p> <p>②因数分解を使って解く  <math>x^2+5x+6=0</math>  <math>(x+2)(x+3)=0</math>  <math>x=-2, x=-3</math></p> <p>●「この 2 次方程式を解く場合は、どちらの解き方で解く方が好きかな？」</p> <p>○「②」→「解の公式は計算が複雑で面倒くさいから」 など</p> <p>3. 確認問題</p> <p>2 次方程式 <math>x^2+3x+1=0</math> を解きなさい。</p> <p>①解の公式を使って解く  <math>x^2+3x+1=0</math></p> $a=1, b=3, c=1 \quad x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1} \quad x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ <p>●「どうして解の公式を選んだのかな？」</p> <p>○「因数分解できないからです。」</p> <p>4. 練習問題</p> <p>次の 2 次方程式を解きなさい。</p> <p>(1) <math>3x^2+8x+2=0</math>    (2) <math>x^2+4x-12=0</math>  (3) <math>x^2-25=0</math>        (4) <math>x^2+12x+30=0</math></p> <p>●「どのように解きましたか。また、どうしてその解き方を選んだのかな？」</p> <p>○「(1)は因数分解できないから解の公式、(2)は因数分解できる、(3)は因数分解か平方根の考えでできる、(4)は因数分解ができないから解の公式でもいいけど平方完成の考えを使っても解けます。」</p> <p>●「2 次方程式の解き方は、どのように使い分ければよいのかな？」</p> <p>○「<b>1</b> 因数分解や平方根の考えで解けるかまずは挑戦、<b>2</b> 解の公式や平方完成を使って解きます。」</p>	<p>・式を板書し問題提示する。</p> <p>・①, ②の順に考えを取り上げる。</p> <p>・因数分解でも解は一致するのか問い返す。</p> <p>・意図する考えが出ないときには、ノートに自分の立場を表明させる場を設定する。</p> <p>・生徒の考え方のキーワードを板書する。</p> <p>・実際に解かせる。</p> <p>※2 次方程式のいろいろな解き方を使い分けようとしている。(ノート, 発表)</p> <p>・式のどこに着目して考えればよいのか問い返す。</p>

## (2) 少人数「標準」版

### ・本時の目標

2次方程式のいろいろな解き方を比較することを通して、それらを使い分けようとしている。(数学への関心・意欲・態度)

### ・本時の展開

教師の働きかけ (●)・主な学習活動 (○)	評価方法 (※) 備考 (・)
<p>1. 問題提示・課題把握</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>2次方程式 <math>x^2+5x+6=0</math> はどのように解けばよいのだろうか。</p> </div> <p>2. 個人思考・集団思考</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>①解の公式を使って解く  <math>x^2+5x+6=0</math></p> <p><math>a=1, b=5, c=6 \quad x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times6}}{2\times1} \quad x=\frac{-5\pm\sqrt{1}}{2}</math></p> <p><math>x=\frac{-5\pm1}{2} \quad x=\frac{-4}{2}, \frac{-6}{2} \quad x=-2, -3</math></p> </div> <p>●「解の公式でしか解けないのかな？」</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>②因数分解を使って解く  <math>x^2+5x+6=0</math>  <math>(x+2)(x+3)=0</math>  <math>x=-2, x=-3</math></p> </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; float: right;"> <p>答 <math>x=-2</math> <math>x=-3</math></p> </div> <p>●「この2次方程式を解く場合は、どちらの解き方で解く方が好きかな？」</p> <p>○「②」→「解の公式は計算が複雑で面倒くさいから」 など</p> <p>3. 確認問題</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>2次方程式 <math>x^2+3x+1=0</math> を解きなさい。</p> </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>①解の公式を使って解く  <math>x^2+3x+1=0</math></p> <p><math>a=1, b=3, c=1 \quad x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1} \quad x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}</math></p> </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; float: right;"> <p>答 <math>x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}</math></p> </div> <p>●「どうして解の公式を選んだのかな？」</p> <p>○「因数分解できないからです。」</p> <p>4. 練習問題</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>次の2次方程式を解きなさい。</p> <p>(1) <math>x^2-25=0</math>      (2) <math>3x^2+7x+1=0</math></p> <p>(3) <math>x^2+12x+33=0</math></p> </div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px; float: right;"> <p>答 省略</p> </div> <p>●「どのように解きましたか。また、どうしてその解き方を選んだのかな？」</p> <p>○「(1)は因数分解できる。移項して平方根を利用できる。(2)は因数分解できないから解の公式。(3)は因数分解ができないから解の公式でもいいけど平方完成の考えを使っても解けます。」</p> <p>●「2次方程式の解き方は、どのように使い分ければよいのかな？」</p> <p>○「<b>1</b> 因数分解や平方根の考えで解けるかまずは挑戦、<b>2</b> 解の公式や平方完成を使って解きます。」</p>	<p>・式を板書し問題提示する。</p> <p>・①, ②の順に考えをとり上げる。</p> <p>・因数分解でも解は一致するのか問い返す。</p> <p>・ノートに自分の立場を記載させた後、根拠を問う。</p> <p>・生徒の考え方のキーワードを板書する。</p> <p>・どこを見て因数分解できないと判断したのかを問う。</p> <p>・実際に解かせる。</p> <p>※2次方程式のいろいろな解き方を使い分けようとしている。(ノート, 発表)</p> <p>・式のどこに着目して考えればよいのか問い返す。</p> <p>・発展問題を通して、</p>

5. 発展問題

2次方程式  $x^2-80x+1596=0$  を解きなさい。

答 省略

- 「どのように解きましたか。また、どうしてその解き方を選んだのかな？」
- 「解の公式では平方根の中の数が大きくて、計算しづらいので、平方完成の利用を使って解きます。」

2次方程式を見て解き方を判断する。  
 ・2次方程式の解き方を問題に応じて使い分けることで、より簡単に解けることを実感させる。

文責：野口 朝央



連載  
**板書**  
 1時間の授業改善のポイント

**3** 2年・いろいろな連立方程式の解き方  
 どのように解けばよいのかな？

授業者 赤本 純基 (北海道教育大学附属駒場中学校)  
 対談者 島尾 裕介 (専門教育大学附属中学校)

**1** 板書

**2** 授業づくりにおける工夫点

この授業の工夫点は3点あります。第1に目標設定です。この単元の構成上、本時では、「連立方程式の解を求めること」よりも「係数などに着目してどのように変形すればよいのか判断できるようにすること」の方が重要ととらえました。そこで、目標を「**小数、分数をふくむ連立二元一次方程式を既習の式に変形する方法を判断することができる**」と設定しました。第2に導入問題の工夫です。連立方程式の一方の式の文字の係数を小数に、もう一方の式の文字の係数を分数にした問題<sup>※1</sup>を設定しました。解決方法を繰り返す際に式変形の共通点に着目させ、「文字の係数が小数や分数の連立方程式は、整数係数に直してから解くとよい」ということに気付かせるためです。第3に問いの工夫です。生徒の理解の程度を確かめたり、生徒の考えを広げたり、深めたりするために、意図的な問い返しをしました。

**3** 授業の流れ

①問題提示・課題把握  
 この授業では、次のような導入問題を設定しました。

次の連立方程式はどのように解けばよいのだろうか。

$$\begin{cases} 0.4x + 0.6y = 6 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = -3 \end{cases}$$

問題提示では、はじめに  $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = -3 \end{cases}$  と板書し、この問題ならば解けるであろうということを暗示した後、文字の係数部分に小数と分数を付け加えて、「どのように解けばよいのかな？」と課題を明確にしました。このようなちょっとした工夫も、日常的に「問題解決の授業」を実践するためには有効と考えています。

②個人思考・集団思考

個人思考では、生徒が停滞している様子でした。そこで、教師がねらう考えを引き出すために、よくある誤答を提示し、「この解き方で正しいですね？」と生徒の考えをゆさぶりました。すると、誤答について生徒は考え始め、間違いの理由について説明し合う場面が生まれました。

集団思考では、意図的に「数学的な表現に洗練させる問い返し」や「一人の子供の考えを教室全体に広げていく問い返し」をすることで、連立方程式の文字の係数を全部整数にする式変形は、根拠として等式の性質が使われていることを明らかにしました。さらに、文字の係数が小数の場合と分数の場合において、「式変形に共通していることは何か？」を問うことで、係数が分数や小数をふくむ連立方程式は、等式の性質を使って係数が全部整数になるように変形してから解くとよいことを生徒から引き出すことができました。

日常的に、「結果において、どの子供も、いかにも自分で考え出したかのような感激をもつことができるようにする」<sup>※2</sup>ためには、こうした生徒の停滞への対応や問い返しの工夫が大切と考えます。

③確認問題

確認問題では、係数に小数や分数をふくむ連立方程式を解く問題を扱いました。ただし、最後まで解かせることはせず、どのように式変形をすると解きやすくなるのか確認することにとどめました。本時の目標が、「小数、分数をふくむ連立二元一次方程式を既習の式に変形する方法を判断することができる」ですので、目標に正対したまめにつなげることが大切と考えたからです。

④練習問題

導入問題の解決過程で学んだことをふり返り、学びを深めるために、次のような練習問題<sup>※3</sup>を取り扱いました。

次の連立方程式を解きやすい形に変形する方法を説明しなさい。

$$(1) \begin{cases} 0.02x + 0.1y = 0.03 \\ \frac{x+3y}{6} = \frac{1}{4} \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x - y = 3 \\ \frac{1}{4}x + 0.2y = 3 \end{cases}$$

特に(2)の問題では、いろいろな方法で式を解きやすい形に変形することができるので、生徒が考えることを楽しんでいる様子が見られました。

(引用・参考文献)  
 ※1 相馬一彦『「問題解決の授業」に生きる「問題」集』(明治図書, p.82)  
 ※2 中島健三『復讐版 算数・数学教育と数学的な考え方』(東洋館出版社, p.70)  
 ※3 相馬一彦、佐藤保『「問題解決の授業」に生きる「問題」集』(明治図書, p.82)

**授業改善のポイント** 目標の明確化が学力差を乗り越えることにつながる

島尾 赤本先生の板書から、「これまでの学習内容に帰着すればよい」ことを伝えたいという意図が伝わってきました。

赤本 導入では、「いきなり復習！」ではなく、問題の解決過程で、前時までの既習事項を繰り返す授業を構築することが大切と考えています。

島尾 板書に「どのように変形すると解きやすくなる」という表現があります。生徒の「係数が整数だったら解けるの」を踏まえて、「係数を整数に変えられないか？」の方が生徒にはわかりやすい気がします。

赤本 課題把握から個人思考に入るところでもう少し焦点化させてもよかったと思いますが、生徒とのやり取りから自然な言葉で板書しました。

島尾 後半は、目標に特化していてわかりやすいですね。私の苦い経験話をすと、同じように標準形にするところまでを問題にしたとき、生徒に「解まで導いた方がスッキリする！」と指摘されました。

赤本 そういう生徒もいましたが、まずは式変形までを優先しました。進み具合が早い生徒には解を求めるころまで取り組ませました。

島尾 授業の目標をはっきりすることで、生徒が取り組むべきことが明らかになり、学力差への対応を意識した授業づくりになったのですね。

**赤本 はい。学力差への対応は、「多様な考えを取り扱い、数学的な見方・考え方を豊かにすること」「目標を明確にし、練習問題の量や質を工夫すること」の2点が大切だと思います。**

島尾 そうですね。加えて、授業の後半で、「係数を整数にするためには、式の両辺を整数倍(公倍数倍)すればよい」のように、うまくいった方法を明らかにすることも苦手な生徒にとっては大切だと思います。

赤本 導入で、「両辺にかけた6はどのように決めたのか？」と問い返し、うまくいった方法を押さえたが、板書に残すことも大切ですね。

島尾 今回、赤本先生の丁寧な授業の手立てがとても勉強になりました。