

数 学 科 授 業 案

日 時 平成 29 年 10 月 27 日 (金) 公開授業Ⅱ

生 徒 1 年 A 組 男子 17 名 女子 17 名

授業者 赤 本 純 基

授業場 中学校 1 年 A 組教室

1 単元名 「5章 平面図形」

2 単元の目標

図形の移動や基本的な作図についての理解を深め、それらについて表現したり処理したりする方法を習得し、図形に潜む性質や関係を直観的に捉え、数学的な推論の方法によって論理的に考察する能力を高めるとともに、それらを活用して見いだした性質や関係について統合的・発展的に考察しようとする態度を培う。

3 単元について

(1) 単元観

平面図形についての学習の意義は次の 2 点である。

- ① 身の回りの事象を「形」、「大きさ」、「位置関係」という観点から考察することが多く、それには平面図形についての基礎的な概念や性質についての理解を深め、それを活用して問題の発見や解決に取り組むことが必要とされること。
- ② 平面図形の性質や関係を直観的に捉え、数学的な推論の方法によって論理的に考察する能力の基礎を培うこと。

しかしながら、今日の我が国の中学生の状況は芳しくない。例えば、平成 28 年度の全国学力学習状況調査において、「筋道を立てて考え、証明することができる」を出題の趣旨とした問題の正答率は 30.0% (無解答率 21.8%)。「付加された条件の下で、新たな事柄を見だし、説明することができる」を出題の趣旨とした問題の正答率は 38.1% (無解答率 29.9%) であり、総じて課題を抱えている状況といえる。

次期中学校学習指導要領解説数学編では、本単元に関わる「思考力、判断力、表現力等」についての中学校第 1 学年の目標を「図形の構成要素や構成の仕方に着目し、図形の性質や関係を直観的に捉え論理的に考察する力を養う」と設定している (文部科学省, 2017 より一部抜粋)。次期中学校学習指導要領改訂に向けて、指導によりよい工夫が必要とされているのが現状といえる。

(2) 目指す生徒像

(1) より、本単元において目指す生徒像は、平面図形の性質や関係を直観的に捉え、数学的な推論の方法によって論理的に考察し、見いだした性質や関係について統合的・発展的に考察しようとする姿といえる。

(1) 指導観

以上を踏まえ、本単元の指導の重点を次の2点と捉えた。

- i) 事柄が成り立つ理由を筋道立てて考え、説明できるようにすること。
- ii) 問題解決の過程を振り返って統合的・発展的に考えることができるようにすること。

次に、研究に関わる具体的な手だてを述べていく。

本単元における「見方・考え方」と「対話的な学び」との関係性

本単元における「数学的な見方・考え方」は、事象を数量や図形及びそれらの関係に着目してその特徴や本質を捉え、目的に応じて式や図を活用しつつ、論理的に考え、問題解決の過程を振り返り既習の知識及び技能を関連付けながら、統合的・発展的に考えることである。また、本単元における「対話的な学び」とは、数学的に表現した問題について、式や図を用いて考えた道筋について説明したり、その問題の本質について話し合い、よりよい考えに高めたり、その問題の本質を明らかにしたりする学びである。この「対話的な学び」は、日常的に「数学的な見方・考え方」を働かせ、数学的活動を通して行われる学習活動を積み重ねていく中でその質が高まっていくものである。

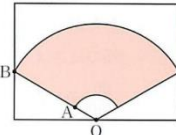
本年度、算数数学科では、「対話的な学び」の中で「数学的な見方・考え方」を高めていくために、論理的、統合的・発展的に考える姿を引き出す「問い返し発問」に視点を当てて研究している。特に、集団解決の場面において本時の目標に迫る子供の表現（「呟き」、「発言」、「かいたもの」、「動作」、「表情」）に対して意図的な「問い返し発問」を行うことで、その高まりに近接することを目指している。本単元においては、次の表のような「問い返し発問」を意図的に行う。これにより、上述の「目指す生徒像」への近接をねらう。

・問い返し発問（手立て1）の具体例	引き出される子供の言葉	共有をうながす問いの具体例
① 表現の意味を問う ・「〇〇ってどういう意味かな？」 ・「～についてどう思う？」	○自分の表現方法で説明させ、理解を深める ・「～この図でいうと」 ・「～の式では」・「これは～」	○わかっている・わかっているつもり状態…☆ 「自分の言葉で説明できる？」 「〇〇が言った大事なことって何？」 「この後、なんて言うと思う？」 「困っている人のためにヒントをだせる？」 「〇〇っていったけど絶対？」
② 表現の方法を問う ・「どうやってそれを思いついたの？」 ・「どうしてこうしたと思う？」	○自分とは異なる見方や考え方に合わせる ・「～と同じように考えて」 ・「だって～」	↓ ペアやグループでの説明、ノートへの記載等で一人ひとりに表現させる。その後、自分の考えを板書したり、ノートをモニターに写したりして全体で共有する。
③ 表現の根拠を問う ・「なぜ〇〇になったの？」 ・「偶然にできたんだよね？」	○演繹的な思考や帰納的な思考を引き出す ・「～をもとにして考えてみたら」 ・「なぜなら～」・「～だから」・「たとえば～」	○わかっていない状態 「どのあたりで悩んでいる？」 「どの段階までわかる？」
④ 表現のよさを問う ・「〇〇のよいところは何かですか？」 ・「これが一番わかりやすい？」	○簡潔・明瞭・的確の視点を引き出す ・「～だからよい」 ・「～のところがい」	↓ つまづいている内容に対して☆の状態の子供たちの力を活かして（ヒントを出させる、要点を板書させる、子供のノートの一部をモニターに写す、途中まで考えを発表させる等）わかっていない状態の子供たちの思考を促し、その表現に対して「問い返し発問」をしながらか共有する。
⑤ 表現の正誤などを問う ・「まちがいでよね？」・「本当に？」 ・「この方法じゃできないってことだね？」	○思考をゆさぶり、より客観的な思考を引き出す ・「いつも正しいとは限らない」 ・「～から間違いではない」 ・「この場合だったらできる。だって～」	
⑥ 表現の新たな視点について ・「共通していることはある？」 ・「他にいえることはないだろうか？」 ・「もっといい方法はないだろうか？」 ・「いつでもいえる？」	○一般化や拡張的な思考を引き出す ・「～だったら（たぶん、きっと）」 ・「この場合だったら」 ・「もしも～だったら」	

4 評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
ア 平行移動、対称移動及び回転移動に関心をもち、図形を移動したり、移動の前後の二つの図形の関係を考えたりしようとしている。 イ 基本的な作図に関心をもち、その方法を考えたり、問題の解決に生かしたりしようとしている。 ウ 扇形の弧の長さや面積を求めようとしている。	ア 移動前と移動後の二つの図形の関係を調べ、図形の性質を見いだすことができる。 イ 基本的な作図の方法を、図形の対称性に着目したり、図形を決定する要素に着目したりして、見直しをもって考えることができる。 ウ 作図した図形が条件に適するものであるかどうかを振り返って考えることができる。 エ 扇形の面積と弧の長さの求め方を考えることができる。	ア 定規やコンパス、分度器などを使って、図形を平行移動したり、対称移動したり、回転移動したりすることができる。 イ 垂直二等分線、角の二等分線、垂線などの基本的な作図ができる。 ウ 扇形と弧の長さや面積を求めることができる。	ア 平行移動、対称移動及び回転移動の意味を理解している。 イ 垂直二等分線、角の二等分線、垂線などの作図の方法を理解している。 ウ 扇形について、弧の長さや面積がその中心角の大きさに比例することを理解している。

5 学びの過程のデザイン（全 17 時間 紙面の都合により 11 時間目～17 時間目まで掲載）

下支えする主体的な学び	学習活動	手立て
<p>問題を「点 P から直線 l に一番近い距離にある点はどこだろうか。」として、予想にずれが生じるように設定する。A</p> <p>三角形の垂心の作図を通して、垂線の作図の方法を確認する。B-①</p>	<p>11 時間目</p> <p>垂線の作図の方法を説明する。 知 イ</p> <div style="text-align: center;">↓</div>	<p>板書された生徒の考えに対して</p> <p>T「どのような手順で作図したのかな？」 手立て I②</p> <p>S「ここからコンパスで印をつけて・・・」</p> <p>T「ここってどこかな？」</p> <p>S「点 P を中心として l に交わるようにコンパスで印をつけて」</p> <p>S「『l に交わる円の一部分をかき』の方がよいのではないか？」</p> <p>T「まとめて、もう一回言ってくれる？」</p>
<p>問題を「円の中心はどこだろうか。」として、予想にずれが生じるように設定する。A</p>	<p>12 時間目</p> <p>円の中心を作図する方法を説明する。 考 ウ</p> <p>円の接線を作図する。 技 イ</p> <div style="text-align: center;">↓</div>	<p>（「弦の垂直二等分線+弦の中点の作図」「弦の垂直二等分線+弦の垂直二等分線の作図」の考えを取り上げた後）</p> <p>T「なぜ、弦の垂直二等分線を使うと円の中心が求められるのかな？」 手立て I③</p> <p>S「弦の両端の点から等しい距離に中心があるからです。」</p>
<p>問題を「75° の角はどのように作図すればよいのかな。」として、考えにずれが生じるように設定する。A</p>	<p>13 時間目 問題演習</p>	<p>T「この式を使って作図した人はどのように作図したのかな？」（S 作図の方法を説明する）</p> <p>T「作図の方法に共通していることは何か？」 手立て I⑥</p> <p>S「すべて、90° と 60° の作図を使っています。」</p> <p>S「どうして 90° と 60° なんだろう？」</p> <p>S「だって、垂線では 90°、正三角形では 60° の大きさを作図できるから、それをもとにしているんだよ」</p> <p>T「では、それぞれの作図のどこで使われているのかな？」</p>
<p>導入問題で取り上げていない考え方の式のみを提示し、どのように考えて作図をしようとしているのか考えさせることを通して、多様な作図の方法に共通することを確認する。B-①</p>	<p>14 時間目</p> <p>作図を利用して、いろいろな大きさの角を作図する方法を考え説明する。 考 ウ</p> <div style="text-align: center;">↓</div> <p>15 時間目（「本時について」参照）</p> <p>扇形の面積や弧の長さの求め方について説明する。 考 エ</p> <div style="text-align: center;">↓</div>	<p>T「ワイパーでふき取ることのできる部分の面積は、どのように求めればよいのかな？」</p> <p>S「（イは）$20 \times 20 \times \pi \times 5/6 - 20 \times 20 \times \pi \times 5/6$ で求められます。」</p> <p>T「この式にはどんな意味があるのかな？」 手立て I⑩</p> <p>S「大きなおうぎ形から小さなおうぎ形の面積をひくからです。」</p> <p>T「$5/6$ にはどんな意味があるのかな？」 手立て I⑩</p> <p>S「前回の授業で学習したように、$5/6$ には $150/360$ という意味が隠れています。」</p>
<p>問題を「右の図で自動車のワイパー AB を、点 O を中心として回転移動させます。ア、イのワイパーでふき取ることのできる面積は、どちらの方が大きいたらうか。ア OA=10 cm, OB=40 cm, 中心角 120° イ OA=20 cm, OB=40 cm, 中心角 150° 」として、直観にずれが生じるように設定する。A</p>	<p>16 時間目</p> <p>扇形の面積や弧の長さを求める公式を利用して問題を解決する。 技 ウ 知 ウ</p> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">↓</div>	<p>T「ワイパーでふき取ることのできる部分の面積は、どのように求めればよいのかな？」</p> <p>S「（イは）$20 \times 20 \times \pi \times 5/6 - 20 \times 20 \times \pi \times 5/6$ で求められます。」</p> <p>T「この式にはどんな意味があるのかな？」 手立て I⑩</p> <p>S「大きなおうぎ形から小さなおうぎ形の面積をひくからです。」</p> <p>T「$5/6$ にはどんな意味があるのかな？」 手立て I⑩</p> <p>S「前回の授業で学習したように、$5/6$ には $150/360$ という意味が隠れています。」</p>
	<p>17 時間目 問題演習</p>	

6 本時について（15 / 17 時間目）

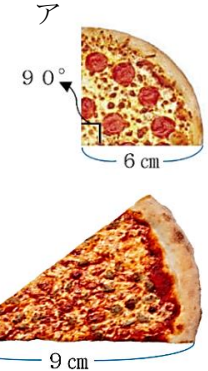
(1) 本時の目標

2つの扇形の面積や弧の長さを比較することを通して、それらの求め方について説明することができる。

(2) 本時における研究の視点

集団解決の場面において、本時の目標に迫る生徒の表現に対して、表現の根拠や意味について問い返す。

(3) 本時の展開（○発問、△補助発問、□指示・説明）

学習活動 (下位目標)	主な働きかけ・手立て	【評価】 個に応じた指導 (▲)
<p>問題 アとイのピザ（右図）では、どちらの方が大きいですか。</p>		
<p>1 予想した記号をノートに記入することができる。</p>	<p>見た目の大きさでは、どちらの面積（もしくは、弧の長さ）が大きいのか判断しづらい問題を提示し、扇形の面積（や弧の長さ）を求める動機が生まれるように工夫をする。A</p>	
<p>《課題1》おうぎ形の面積は、どのように求めればよいのかな？</p> <p>2 扇形の面積を求める方法を自分なりにノートに記入することができる。</p> <p>S $6 \times 6 \times \pi \times 1/4$ S $9 \times 9 \times \pi \times 1/9$ T 「これは、どのように考えてかいた式なのかな？」 S 「図にかくと・・・」 S 「1/4はわかるけど、1/9がよくわからないです。」 T 「1/9と40°には何の関係もないのかな？」</p>	<p>□「おうぎ形の面積の求め方を説明してみよう。」 ○「(アやイの) 1/4 (または、1/9) はどういう意味なのかな？」</p> <p>生徒の説明に対して、「どうして1/9をかけたの？」「1/9と40°には何の関係もないのかな？」と問い返し、全体に対する割合にもとづいて、扇形の面積を求めることができることを強調する。 手立てI③⑤</p> <p>○「もしも、ピザの耳を多く食べたいのとしたら、どちらのピザの方が多く食べられるかな？」 △「もちろん、面積が等しいのだから、弧の長さも等しいですよ？」</p>	<p>【考エ～観察、ノート】</p> <p>▲解決の見通しが立たない生徒には、キーワードを生徒に発言させたり、それらを板書したりテレビに生徒のノートを示したりして、自分なりの考えが持てるよう促す。</p>
<p>《課題2》おうぎ形の弧の長さは、どのように求めればよいのかな？</p> <p>3 扇形の弧の長さを求める方法を自分なりにノートに記入することができる。</p> <p>S $2 \times 6 \times \pi \times 1/4$ S $2 \times 9 \times \pi \times 1/9$</p>	<p>□「おうぎ形の弧の長さの求め方を説明してみよう。」</p> <p>円をしきつめられないような扇形の面積や弧の長さを求める問題を確認問題として提示することで、その求め方について一般化することをねらう。B-①</p>	<p>【考エ～観察、ノート】</p>
<p>確認問題 半径が12 cm、中心角が150°のおうぎ形の面積と弧の長さを求めなさい。</p>		
<p>4 扇形の面積と弧の長さを求める式をノートに記入することができる。</p> <p>S 面積：$12 \times 12 \times \pi \times 150/360$ S 弧の長さ：$2 \times 12 \times \pi \times 150/360$ T 「どのように考えて、このような式をつかったのかな？」</p>	<p>□「一題試してみよう。」 ○「ここまでの話を振り返ると、おうぎ形の面積（もしくは、弧の長さ）はどのように求めればよいのかな？」</p> <p>生徒の説明に対して問い返し、扇形の面積や弧の長さの求め方について説明することを促す。 手立てI③</p> <p>○「この時間の学習は教科書のどこの内容なのかな？」</p>	<p>【考エ～観察、ノート】</p> <p>▲早くできた生徒には、発展問題を解くように指示する。</p>
<p>発展問題</p> <p>アとイのおうぎ形（右図）について、おうぎ形の面積や弧の長さはそれぞれどちらの方が大きいのか説明しなさい。</p>		