

# 数学科授業案

日時 平成29年5月29日(月) 5校時  
生徒 2年C組 男子17名 女子18名  
授業者 赤本純基  
授業場 2年C組

## 1 単元名 「2章 連立方程式」

### 2 単元の目標

連立二元一次方程式の必要性和意味及びその解の意味などを理解し、連立二元一次方程式を解く技能を習得し、それらを活用しながら、数学的に表現した問題について考察し表現したり、その過程を振り返って統合的・発展的に考えたりしようとする態度を培う。

### 3 単元について

#### (1) 単元観

連立二元一次方程式についての学習の意義は次の2点である。

- ① 連立二元一次方程式を用いることによって、事象の中にある数量やその関係を文字を用いた式を使って表現し、一般的に把握する見方・考え方を育てることができること。
- ② 形式的な処理を施して新たな関係を見いだそうとする態度を育てることができること。

そして、これらの内容は、数学の学習全般にかかる基礎的な知識及び技能として極めて重要である。

しかしながら、今日の我が国の中学生の状況は芳しくない。例えば、平成28年度の全国学力学習状況調査において、「与えられた式を用いて、問題を解決する方法を数学的に説明することができるかどうかをみる問題」の正答率は、16.3%。「計算の過程を振り返って考え、発展的に考えることができるかどうかをみる問題」の正答率は、53.6%であり、総じて課題を抱えている状況といえる。

現行中学校学習指導要領解説数学編では、中学校第2学年の「数と式」領域の学年目標を「文字を用いた式について、目的に応じて計算したりする能力を養うとともに、連立二元一次方程式について理解し用いる能力を培う」と設定している(文部科学省, 2008)。しかし、指導によりよい工夫が必要とされているのが現状といえる。

#### (2) 目指す生徒像

(1)より、本単元において目指す生徒像は、自ら進んで処理した連立二元一次方程式を読み取り、問題解決の方法を説明しようとしたり、問題解決の過程を振り返って統合的・発展的に考えようとしたりする姿といえる。

#### (3) 指導観

以上を踏まえ、本単元の指導の重点を次の2点と捉えた。

- ① 連立二元一次方程式を用いて処理した結果に基づいて、問題解決の方法を説明できるようにすること
- ② 問題解決の過程を振り返って統合的・発展的に考えることができるようにすること

また、加減法と代入法の指導順については、教科書会社7社のうち、加減法→代入法の順としているのは6社、代入法→加減法の順としているのは1社である。筆者は次のような理由から、加減法→代入法の順に指導することが適切であると判断した。

- ① 連立方程式を利用する場面では、事象の関係を式に表すと $ax+by=c$ という形になることが多く、式化もしやすいこと。
- ② 代入法では、1つの文字について解く際に分数係数が表れる場合があることや、多項式を一つのまとまりとみてそれを式の中の文字に代入することについて、この時期では抵抗感が強い生徒が多いこと。

さらに、水溶液の濃度の学習については、教科書会社7社のうち、水溶液の濃度に関する学習を小節「連立方程式の利用」に位置付けているのは3社である。筆者は次のような理由から、水溶液の濃度に関する

学習を単元に位置付けることが適切であると判断した。

・理科では、第1学年時に「質量パーセント濃度」として、水溶液の濃度の学習をしている。理科で学んだ時には、一元一次方程式で解を求めることしかできなかった。連立二元一次方程式を利用して解くと、立式が容易であり、立式さえできれば形式的な式操作で解が求められる。理科で学習したことが、数学にもつながっていることを一層実感するきっかけとなるのではないだろうか。最後に、研究に関わる具体的な手だてを述べていく。

**本単元における「見方・考え方」と「対話的な学び」との関係性**

本単元における「数学的な見方・考え方」は、事象の中の数量の関係をとらえ、連立二元一次方程式をつくったり、それを解いたりする過程を振り返り統合的・発展的に考えることである。また、本単元における「対話的な学び」とは、数学的に表現した問題について、連立二元一次方程式を用いて考えた道筋について説明したり、よりよい考えやその問題の本質について話し合い、よりよい考えに高めたりその問題の本質を明らかにしたりする学びである。この「対話的な学び」は、日常的に「数学的な見方・考え方」を働かせ、数学的活動を通して行われる学習活動を積み重ねていく中でその質が高まっていくものである。

本年度、算数数学科では、「対話的な学び」の中で「数学的な見方・考え方」を高めていくために、論理的、統合的・発展的に考える姿を引き出す問い返し発問に視点を当てて研究している。特に、集団解決の場面において本時の目標に迫る子供の表現（「呟き」、「発言」、「かいたもの」、「動作」、「表情」）に対して意図的な問い返し発問を行うことで、その高まりに近接することを目指している。本単元においては、次の表のような問い返し発問を意図的に行う。これにより、上述の「目指す生徒像」への近接をねらう。

・問い返し発問 (A) の具体例	引き出される子供の言葉	・共有をうながす問い返し発問 (B) の具体例
① 表現の意味を問う ・「〇〇ってどういう意味かな？」 ・「～についてどう思う？」	○自分の表現方法で説明させ、理解を深める ・「～この図でいうと」 ・「～の式では」 ・「これは～」	① わかっている・わかっているつもりの状態 「自分の言葉で説明できる？」 「〇〇が言った大事なことって何？」 「この後、なんて言うと思う？」 「困っている人のためにヒントをだせる？」 「〇〇っていったけど絶対？」
② 表現の方法を問う ・「どうやってそれを思いついたの？」 ・「どうしてこうしたと思う？」	○自分とは異なる見方や考え方に合わせる ・「～と同じように考えて」 ・「だって～」	↓ ペアやグループでの説明、ノートへの記載等で一人ひとりに表現させる。その後、自分の考えを板書したり、ノートをモニターに写したりして全体で共有する。
③ 表現の根拠を問う ・「なぜ〇〇になったの？」 ・「偶然にできたんだよね？」	○演繹的な思考や帰納的な思考を引き出す ・「～をもとにして考えてみたら」 ・「なぜなら～」 ・「～だから」 ・「たとえば～」	② わかっていない状態 「どのあたりで悩んでいる？」 「どの段階までわかる？」
④ 表現のよさを問う ・「〇〇のよいところは何か？」 ・「これが一番わかりやすい？」	○簡潔・明瞭・的確の視点を引き出す ・「～だからよい」 ・「～のところがよい」	↓ つまづいている内容に対して A の状態の子供たちの力を活かして（ヒントをださせる、要点を板書させる、子供のノートの一部をモニターに写す、途中で考えを発表させる等）わかっていない状態の子供たちの思考をうながし、その表現に対して問い返し発問 (A) をしながら共有する。
⑤ 表現の正誤などを問う ・「まちがいだよね？」・「本当に？」 ・「この方法じゃできないってことだね？」	○思考をゆさぶる、より客観的な思考を引き出す ・「いつも正しいとは限らない」 ・「～から間違いない」 ・「この場合だったらできる。だって～」	
⑥ 表現の新たな視点について ・「共通していることはある？」 ・「他にいえることはないだろうか？」 ・「もっといい方法はないだろうか？」 ・「いつでもいえる？」	○一般化や拡張的な思考を引き出す ・「～だったら（たぶん、きっと）」 ・「この場合だったら」 ・「もしも～だったら」	

4 評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
ア 二元一次方程式とその解及び連立二元一次方程式とその解に関心を持ち、その必要性和意味を考えようとしている。 イ 連立二元一次方程式を活用することに関心を持ち、問題の解決に生かそうとしている。	ア 連立二元一次方程式を解く過程を振り返り、その共通点や相違点について考えることができる。 イ 具体的な事象の中の数量の関係をとらえ、連立二元一次方程式をつくり、求めた解や解決の方法が適切であるかどうかを振り返って考えることができる。	ア 加減法や代入法を用いて、連立二元一次方程式を解くことができる。 イ 問題の中の数量やその関係を文字を用いた式で表し、それを基にしてつくった連立二元一次方程式を解くことができる。	ア 二元一次方程式とその解の意味を理解している。 イ 代入法による連立二元一次方程式の解き方を理解している。 ウ 連立二元一次方程式を活用して問題を解決する手順を理解している。

5 学びの過程のデザイン (全14時間 紙面の都合により8時間目まで)

下支えする主体的な学び	学習活動	手立て
<p>問題を「バスケットボールの試合でキャプテンは3ポイントシュートと2ポイントシュートを合計9本決め、21点を決めました。それぞれ何本決めたのだろうか?」として、求め方にずれが生じるように設定する。</p>	<p>1・2時間目</p> <p>二元一次方程式とその解の意味、連立二元一次方程式とその解の意味について説明する。 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">関 ア</span> <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">知 ア</span></p>	<p>T「この式1つずつだったら解は無限にあったけど、2つの式を合わせたら解はいくつになるのかな?」 S「3と6になります。」 T「だけしかない?」 S「だけしかないです。」 T「どうして?」(A) ③ S「この表だけを見るといくつかあるけど、2つ合わせて見ると、どっちの式にも当てはまるのは1つしかないからです。」 T「〇〇さん困っている顔しているね。どこら辺で困ってるの?」(B) ②</p>
<p>教科書P.35「たしかめ①」を通して、連立方程式の解についての意味を確認する。</p>	<p style="text-align: center;">↓</p>	
<p>問題を「連立二元一次方程式  <math display="block">\begin{cases} x+y=8 &amp; \dots\dots ① \\ x-y=-2 &amp; \dots\dots ② \end{cases}</math>         をいろいろ工夫して解いてみよう。」として、工夫の仕方にずれが生じるように設定する。</p>	<p>3時間目</p> <p>一元一次方程式と関連付けて、加減法を用いて、文字の係数が等しい連立二元一次方程式を解く方法について説明する。 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">知 ア</span></p>	<p>T「どのように解いたのかな?」 S「式を足しました」 T「表をつくってはやらないのかな?」 S「絶対いやだ」 T「なぜいやなの?」(A) ③ S「いちいち表をかいていたら面倒です」 T「〇〇さん大きくうなずいているね。あなたの言葉でも話してくれる?」(B) ①</p>
<p>確認問題を「連立二元一次方程式  <math display="block">\begin{cases} 3x-2y=4 &amp; \dots\dots ① \\ 5x+2y=12 &amp; \dots\dots ② \end{cases}</math>         を解きなさい。」として、式を加えたり、ひいたりして係数が等しい文字を消去すればよいことを</p>	<p style="text-align: center;">↓</p>	
<p>問題を「連立二元一次方程式  <math display="block">\begin{cases} x+2y=4 &amp; \dots\dots ① \\ 4x+3y=1 &amp; \dots\dots ② \end{cases}</math>         は、どのように解けばよいのだろうか。」として、</p>	<p>4時間目</p> <p>加減法を用いて、文字の係数が異なる連立二元一次方程式を解く。 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">技 ア</span></p>	<p>T「この2つの連立方程式の解き方で共通していることなんてないよね?」(A) ⑥ S「文字を消去するためにそろえたことが共通してます」 T「どういうことですか?」(A) ① S「文字の係数を最小公倍数でそろえて式を足したり、ひいたりして文字を消去していることが共通していることです」 T「でも、何のために文字を1つ消去するの?」(A) ③ S「1元1次方程式にすると解けるからです」</p>
<p>連立二元一次方程式  <math display="block">\begin{cases} 3x-4y=-15 &amp; \dots\dots ① \\ 2x+3y=7 &amp; \dots\dots ② \end{cases}</math>         を解け。</p>	<p style="text-align: center;">↓</p>	
<p>連立二元一次方程式  <math display="block">\begin{cases} x-y=3 &amp; \dots\dots ① \\ y=2x-1 &amp; \dots\dots ② \end{cases}</math>         をいろいろ工夫して解いてみよう。</p>	<p>5時間目</p> <p>代入法や倒置法による解き方について説明する。 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">知 イ</span></p>	<p>T「〇〇さんが1本だけ式をかきました。何を考えてこの式を書いたか、頭の中で考えていることわかるかな?」 S「②の式に①を代入する」 T「どういうことですか?困った顔をしている人がいるので、もう少し詳しく説明してよ」(A) ① S「②の式はy=2x-5ですよ?という事はyがどこかに代入できますよ」 T「まだ腑に落ちていない顔をしている人がいるな。うなずいていた〇〇さん。あなたの言葉で説明して」(B) ① S「①のyと②のyは同じなので、yに入るのが2x-5なので代入すればいいんですよ」</p>
<p>三角形で、各辺にかかれた3つの数の和がすべて等しいとき、x、yにあてはまる数は何だろうか。</p>	<p>6時間目 (本時参照)</p> <p>7時間目</p> <p>A=B=Cの形をした連立二元一次方程式を解く。 <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">技 ア</span></p>	
	<p style="text-align: center;">↓</p> <p>8時間目 問題演習</p>	

6 本時について (6 / 14 時間目)

(1) 本時の目標

小数, 分数をふくむ連立二元一次方程式を解きやすい形に変えて解く方法を説明することができる。

(2) 本時における研究の視点

本時の目標にかかわる生徒の表現に対して, 表現の根拠や共通性について問い返す。

(3) 本時の展開 (○発問, △補助発問, □指示・説明)

学習活動 (下位目標)	主な働きかけ <b>手立て</b>	【評価】 個に応じた指導 (▲)
<p><b>問題・課題</b></p> <p>連立二元一次方程式 <math>\begin{cases} 0.4x + 0.6y = 6 &amp; \dots \text{①} \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y = -3 &amp; \dots \text{②} \end{cases}</math> どのように解けばよいのか?</p> <p>1. 連立二元一次方程式を解く方法を自分なりにノートに記入することができる。</p> <p>① <math>\begin{cases} 4x + 6y = 6 &amp; \dots \text{①} \\ 2x - 3y = -3 &amp; \dots \text{②} \end{cases}</math>  <math>x = 0, y = 1</math>                      T 「この方法でいいですね!？」                      S 「解が出ているからいいはずだ」                      T 「どのように確かめればよいのかな？」                      S 「はじめの式に代入すればよいです。・・・違う」                      T 「では, どのように解けばよいのかな？」</p> <p>② <math>\begin{cases} 4x + 6y = 60 &amp; \dots \text{①} \\ 2x - 3y = -18 &amp; \dots \text{②} \end{cases}</math>                      T 「何のために両辺に10や6をかけたの？」                      S 「文字の係数を整数にするためです」                      T 「両辺にかける数字はどのように決まるのかな？」                      S 「分数だったら, 文字の係数の公倍数です」                      S 「最小公倍数なら一番計算が簡単です」</p>	<p>文字の係数を整数にするために, 式変形をする際に, 左辺のみの変形にとどまる誤答や両辺に何をかければよいのか試行錯誤するように問題の工夫をする。 <b>A-①</b></p> <p>○ 「①の解き方は何が間違っているのかな？」</p> <p>生徒の説明に対して, 「何のために両辺に10や6をかけるのかな?」「両辺にかける数字はどのように決まるのかな?」と問い返し, 文字の係数を全部整数にすると解きやすくなるという考え方を引き出す。 <b>手立て</b></p> <p>○ 「何のために両辺に10や6をかけるのかな?」 <b>(A) ③</b></p> <p>○ 「両辺にかける数字はどのように決まるのかな?」 <b>(A) ③</b></p>	<p><b>【観察, ノート】</b></p> <p>▲ 解決の見通しが立たない生徒には, キーワードを生徒に発言させたり, それらを板書したりテレビに生徒のノートを示したりして, 自分なりの考えが持てるよう促す。</p>
<p><b>確認問題</b></p> <p>連立二元一次方程式 <math>\begin{cases} x - y = 3 &amp; \dots \text{①} \\ \frac{1}{4}x + 0.2y = 3 &amp; \dots \text{②} \end{cases}</math> を解いてみよう。</p> <p>2. 小数, 分数をふくむ連立二元一次方程式を, 文字を全部整数にして解く方法をノートに記入することができる。</p> <p>① <math>\begin{cases} x - y = 3 &amp; \dots \text{①} \\ 5x + 4y = 60 &amp; \dots \text{②} \end{cases}</math></p> <p>② <math>\begin{cases} x - y = 3 &amp; \dots \text{①} \\ 10x + 8y = 120 &amp; \dots \text{②} \end{cases}</math></p> <p>③ <math>\begin{cases} x - y = 3 &amp; \dots \text{①} \\ 25x + 20y = 300 &amp; \dots \text{②} \end{cases}</math></p>	<p>1つの式に分数や小数がふくまれる連立二元一次方程式を解くことを通して, 様々な解きやすい形に変えて解く方法の共通性を確認することをねらう。 <b>B-①</b></p> <p>○ 「どのように考えて解いたのかな?」</p> <p>○ 「分数や小数をふくむ連立方程式の解き方で共通して大切にしなければならないことって何かな?」 <b>(A) ⑥</b></p>	<p><b>【観察, ノート】</b></p> <p>生徒の説明に対して, 「2つの分数や小数をふくむ連立方程式の解き方で共通して大切にしなければならないことって何かな?」と問い返し, 文字の係数を全部整数にすると解きやすくなるという考え方を強調する。 <b>手立て I</b></p>
<p><b>まとめ</b> 係数に分数や小数をふくむ連立方程式は, 係数が全部整数になるように変形してから解くとよい。</p> <p>3. 練習問題の解答をノートに記入することができる。</p>	<p>□ 「教科書 p.42 の問2 をノートに解いてみよう。」</p>	<p><b>【観察, ノート】</b></p> <p>▲ 早くできた生徒には, 発展問題を解くように指示する。</p>