

数 学 科 授 業 案

日 時 平成27年12月10日(木) 5校時
 生 徒 根室市立啓雲中学校2年 26名
 指導者 北海道教育大学附属釧路中学校
 辻 川 智 宏

1 単元名 5章 「三角形と四角形」

2 単元について

(1) 単元観

学習指導要領では、中学校2年生で図形を学習する目標を「基本的な平面図形の性質について、観察、操作や実験などの活動を通して理解を深めるとともに、図形の性質の考察における数学的な推論の必要性和意味及びその方法を理解し、論理的に考察し表現する能力を養う。」と設定している。そのことを踏まえ、生徒が本単元を学習する意義を次のようにとらえた。

① 特別な三角形と四角形の性質や条件が成り立つことを演繹的に考察して確かめること

例えば、二等辺三角形の底角が等しいことは三角形の合同条件を活用して証明することができる。このように、類推的な考えや帰納的な考えによって導かれた事柄の成否は演繹的な考えによって確かめることができる。数学的な推論の意味や方法の理解は、今後の数学の学習に限らず、他者に自分の考えを伝える際に重要になると考える。

② 特別な三角形と四角形に関する証明を読み返し、新たな性質を見いだそうとすること

例えば、二等辺三角形の底角が等しいことの証明から、二等辺三角形の頂角の二等分線に関する性質を導くことができる。このように、ある命題の証明を記述して終わるのではなく、その証明をさらに追究することが、よりよい解き方を考えようとする態度につながると考える。

(2) 生徒観 (略)

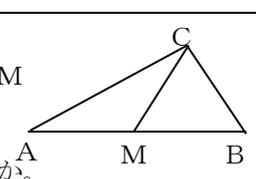
3 単元の目標

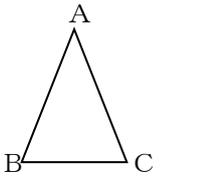
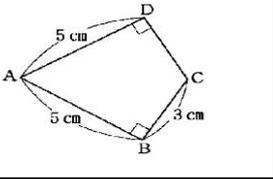
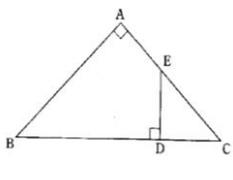
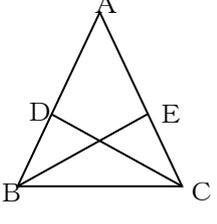
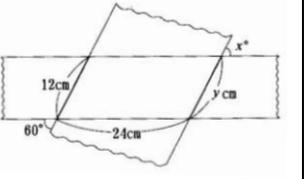
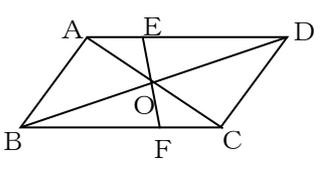
観察、操作や実験などの活動を通して、三角形や平行四辺形の性質や条件についての理解を深め、論理的に考察し表現する能力とともに証明から新たな性質を見いだそうとする態度を養う。

4 単元の評価規準

関心・意欲・態度	見方・考え方	技 能	知識・理解
㉞ 三角形や平行四辺形の性質などに関心をもち、それらについて調べ、証明しようとしている。 ㉟ 図形の性質の証明を読むことに関心をもち、新たな性質を見いだそうとしている。	㉞ 二等辺三角形の性質を調べ、証明することができる。 ㉟ 平行四辺形の性質や平行四辺形になるための条件を調べ、証明することができる。 ㊱ 図形の性質の証明を読み、新たな性質を見いだすことができる。	㉞ 二等辺三角形の性質や平行四辺形の性質、平行四辺形になるための条件などを、記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。 ㉟ 三角形や平行四辺形の性質の証明から、辺や角の関係などを読み取ることができる。 ㊱ 証明を読んで見いだした図形の性質を、記号を用いて表すことができる。	㉞ 二等辺三角形の性質を理解している。 ㉟ 直角三角形の合同条件とその必要性を理解している。 ㊱ 平行四辺形の性質や平行四辺形になるための条件を理解している。 ㊲ 長方形、ひし形、正方形、平行四辺形の関係などを理解している。

5 単元指導計画 (全18時間)

	学習事項	主な学習活動・ 手だて	評 価			
			関	考	技	知
1	① 二等辺三角形の性質	① 二等辺三角形の性質を理解する。 (1時間目) 線分ABの中点Mをとる。AM=CMとなるような点Cをとる。 このとき、AとC、BとCを結んでできる△ABCは、どんな三角形ですか。 	㉞	㉞		㉞

2 3 4	②二等辺三角形の性質 ③④二等辺三角形になるための条件	<p>②二等辺三角形の性質を用いて証明する。</p> <p>(2時間目) 右の二等辺三角形ABCに2本の直線をひいて、合同な三角形をつくってみよう。</p>  <p>③定理の逆が必ず正しいと言えるか判断する。 ④二等辺三角形になるための条件を用いて証明する。</p>	①	㊦	㊦	㊦
5 6 7	⑤正三角形の性質 ⑥⑦直角三角形の合同	<p>⑤二等辺三角形の性質を用いて、正三角形の性質を証明する。 ⑥直角三角形の合同条件を理解する。</p> <p>(6時間目) 右の四角形で、CDの長さを求めてみよう。</p>  <p>⑦直角三角形の合同条件を用いて証明する。</p> <p>(7時間目) $\angle A = 90^\circ$の直角二等辺三角形がある。BC上にBD=BAとなるように点Dをとり、Dを通る垂線とACとの交点をEとする。このとき、同じ長さの辺をさがしてみよう。</p> 	⑦	㊦	㊦	①
8 9	⑧⑨1節のまとめ	<p>⑧⑨問題づくりを通して、1節で学習した定理を根拠にして証明する。</p> <p>(8・9時間目)</p> <p>【問題】$AB=AC$の二等辺三角形ABCのAB、AC上にBD=CEとなるような2点D、Eをとり、点C、Bと結び、このとき、$\triangle DBC \cong \triangle ECB$であることを証明しなさい。</p> <p>問題の条件の一部を変えた自作問題をつくってみよう。</p> 	①	㊦		
10 11 本時	⑩⑪平行四辺形の性質	<p>⑩平行四辺形の性質を理解する。</p> <p>(10時間目) 右の図のように、幅の異なるテープが重なっている。このとき、x、yの値を求めてみよう。</p>  <p>⑪平行四辺形の性質を用いて証明する。(本時)</p> <p>(11時間目) ABCDの対角線の交点をOとする。Oを通る直線がADとBCと交わる点をE、Fとする。このとき、同じ長さの辺をさがしてみよう。</p> 	⑦	①	㊦	㊦

6 本時の授業にあたって

(1) 自ら学ぶ意欲の向上を目指す

本時では、平行四辺形の面積を二等分する直線がすべて対角線の交点を通ることを見いだす活動を取り入れる。実際に図形をかいたり、実測したりする操作は、図形の性質の理解を促す素地となり、生徒の図形に対する苦手意識の改善につながると思われる。さらに、このような操作は、自ら見いだした性質が成り立つかどうかを論理的に確かめようとする態度を育成し、学習に取り組む意欲の向上につながるであろう。

(2) 数学的に説明し伝え合う活動を設定する…言語活動の充実

数学的に説明し伝え合う活動には、学習指導要領に示されている三つの数学的活動のウ)によると、第1学年では「数学的な表現に慣れ、自分なりに説明し伝え合う」こと、第2学年では「根拠を明らかにし、筋道を立てて説明し伝え合う」ことにより発展させることが求められている。

本時は、生徒が見いだした性質から設定した課題について説明の方針を確認する。そして、証明に取り組むという段階的に展開することで、言語活動の充実を目指したい。

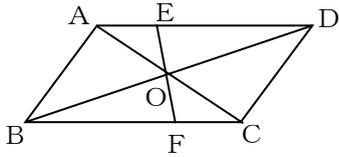
7 本時案

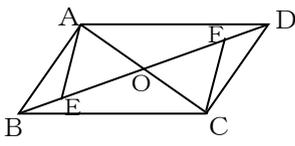
(1) 本時の目標

- ・平行四辺形について見いだした性質が成り立つことを、確かめようとする。
- ・平行四辺形について見いだした性質を、根拠をもって説明したり、証明したりすることができる。

(2) 本時の展開

○…発問 △…補助発問 □…指示，説明

学 習 活 動 (下位目標)	教師の主な働きかけ【評価方法】	備 考
<p>【問題】</p> <p>□ABCDの対角線の交点をOとする。Oを通る直線がADとBCと交わる点をE，Fとする。</p>		◇問題文だけを提示し、生徒に図をかかせる。
<p>1. 平行四辺形の性質などの根拠をもち、等しい長さの辺の組をノートにかくことができる。</p>	<p>○「図の中で、同じ長さの辺をさがしてみましょう。」 【ノート】</p>	◇直観的でよいが、理由を問う。
<p>AB=CD (平行四辺形の対辺) AD=CB (平行四辺形の対辺) AO=CO (平行四辺形の対角線) BO=DO (平行四辺形の対角線) AE=CF (?) OE=OF (?) DE=BF (?)</p>	<p>□「確認してみましょう。」 【ペア活動・発表】</p> <p>△「なぜ、AEとCFは等しいのでしょうか。」</p>	◇生徒に証明の必要感をもたせたい。
<p>【課題】 いつでもAEとCFの長さは等しいのだろうか？</p>		
<p>2. AE=CFであることを示すために△OAEと△OCFに着目し、合同であることを証明すればよいことを発表することができる。</p>	<p>○「AEとCFをふくむ三角形はどれですか。」【発表】</p> <p>△「使う合同条件はどれですか。」</p>	◇証明の方針を全体で確認してから個人の活動にする。
<p>3. 2で確認した方針にしたがって、証明をノートに記述することができる。</p>	<p>○「方針にしたがって、証明してみましょう。」【ノート】</p> <p>□「全体で確認しましょう。」</p>	※解決できない生徒への配慮：これまでの証明の記述を参考にしよう促す。(p132も参考となる。)

<p><証明> $\triangle OAE$と$\triangle OCF$について、 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから、$OA=OC$…① 対頂角は等しいから、 $\angle AOE=\angle COF$…② 平行線の錯角は等しいから、 $\angle OAE=\angle OCF$…③ ①, ②, ③より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、$\triangle OAE \equiv \triangle OCF$ 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、 $AE=CF$</p>	<p>\triangle 「$OE=OF$は証明できそうですか。」</p>	<p>◇証明を読み返し、$OE=OF$も示していることに気づかせたい。</p>
<p>4. $DE=BF$であることを示すために$\triangle OBF$と$\triangle ODE$に着目し、合同であることを証明することができる。</p> <p><証明> $\triangle OBF$と$\triangle ODE$について、 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから、$OB=OD$…① 対頂角は等しいから、 $\angle BOF=\angle DOE$…② 平行線の錯角は等しいから、 $\angle OBF=\angle ODE$…③ ①, ②, ③より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、$\triangle OBF \equiv \triangle ODE$ 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、 $DE=BF$</p>	<p>○ 「$DE=BF$を証明してみよう。」 【ノート】</p> <p>□ 「全体で確認しましょう。」</p> <p><別の証明> 平行四辺形の対辺は等しいから、$AD=CB$ 証明⑦より、$AE=CF$ $DE=AD-AE$ $BF=CB-CF$ したがって、$DE=BF$</p>	<p>◇三段論法でも証明できることにも触れたい。</p>
<p>5. 本日の授業のポイントを板書でふり返り、確認する。</p> <p>これまでに習った三角形の合同や平行四辺形の性質を利用して、新しい性質が成り立つことを証明することができる。</p>	<p>○ 「今日の授業では、前時で習ったことがらを使っている。どれだろうか。」 【発言】</p>	<p>◇本時の板書からポイントを示す。</p>
<p>6. 練習問題に取り組み、命題を証明することができる。</p> <p>下の図で、$\square ABCD$の対角線BD上に、$BE=DF$となるように2点E, Fをとると$AE=CF$になることを証明しなさい。 (教科書 p 132 のたしかめ②)</p>  <p><証明> $\triangle ABE$と$\triangle CDF$について、 仮定より、$BE=DF$…① 平行四辺形の対辺は等しいから、$AB=CD$…② 平行線の錯角は等しいから、 $\angle ABE=\angle CDF$…③ 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、 $AE=CF$</p>	<p>○ 「練習問題に取り組もう。」 【ワークシート・ノート】</p> <p>\triangle 「授業で記述した証明を参考にしましょう。」</p> <p>□ 「全体で確認しよう。」</p>	<p>※解決できない生徒への配慮: 板書の証明を参考にしよう促す。</p>