# 数 学 科 授 業 案

日　時　平成２８年6月１３日(月) ５校時
生　徒　３年B組 男子１６名 女子１６名 計３２名
場　所　３年B組教室
授業者　赤　本　純　基

## １　単元名　「２章　平方根」

## ２　単元目標

正の数の平方根の数の必要性や利用場面，四則計算の仕方を理解し，正の数の平方根の数を数直線上に表したり，四則計算をしたりすることができるようにし，正の数の平方根の数がなぜ必要なのかを考えたり，その四則計算の仕方を文字式の計算などをもとにして考えたりすることができるようにするとともに，正の数の平方根の数の性質や四則計算の仕方を考えようとしたり，正の数の平方根の数を活用して考えたり判断したりしようとする態度を培う。

## ３　研究について

**集団解決の場面において，意図的に「創造的な活動」を促す問題を提示したり，発問をしたりして，課題を追究する授業を構築する**

（1）「創造的思考」について

一般的には，「新しくて価値のある着想を生み出すこと」が創造で，創造性とは「創造する資質や能力」を意味する言葉である（例えば，恩田　1971，梅本　1981）。そして，このような意味での創造性に密接に関連し，時には同意語として用いられる言葉に「創造的思考」というものがある（小山　1998）。

（2）「新しくて価値のある着想を生み出すこと」という場合の「新しさ」や「価値」を生み出す意義

数学教育においては，ある生徒の着想が，たとえ教科書に書いてあっても，もしくは教師からみて稚拙な考えであっても，それが生徒自らが生み出した考えで，その時点での生徒にとって新しくて価値があるものであれば，それを共感的に認めようとしていくことが大切である。そうした経験の積み重ねによって，いわゆる〝創造のよろこび〟を生徒なりに味わっていることが，やがての時期に花を咲かせ，実をむすばせるために必要だと考える。

（3）「創造する資質や能力」の「資質」や「能力」について

数学教育においては，生徒の論理的思考力，想像力，直観力などの能力とともに，知的好奇心，問題意識，数量や図形に対する感覚などの感性や粘り強さなどの性格をも含めて，創造性としての資質や能力ととらえることが適切である。なぜならば，生徒の創造性には，先天的なものと後天的なものが関わっているが，知的好奇心や問題意識は創造的思考の出発点であり，筋道立てて考える論理的な思考力やイメージを念頭で操作する想像力，さらにはその関係を見抜く直観力などの能力と，数量や図形などの感性に支えられつつ，粘り強く問題と取り組み考えることが創造的思考にとって重要だと考えるからである。

（4）「創造的思考」を育むためには

創造的思考を育むためには，創造的な活動を自ら進んで取り組もうとする態度を培うことが大切なことは自明だと思うが，生徒を算数・数学にふさわしい創造的な活動を自主的に行う姿に近づけるためには，日常の指導において，創造的な学習の体験を積み重ねていくことが必要である（中島　1982)。また，創造的な学習の指導とは，新しい内容を指導しようとする際に，教師が既成のものを一方的に与えるのではなく，生徒が自分で必要を感じ，自らの課題として新しいことを考え出すように，教師が適切な発問や助言をして仕向け，結果において，どの生徒も，いかにも自分で考え出したかのような感激をもつことができるようにすることと捉えている。

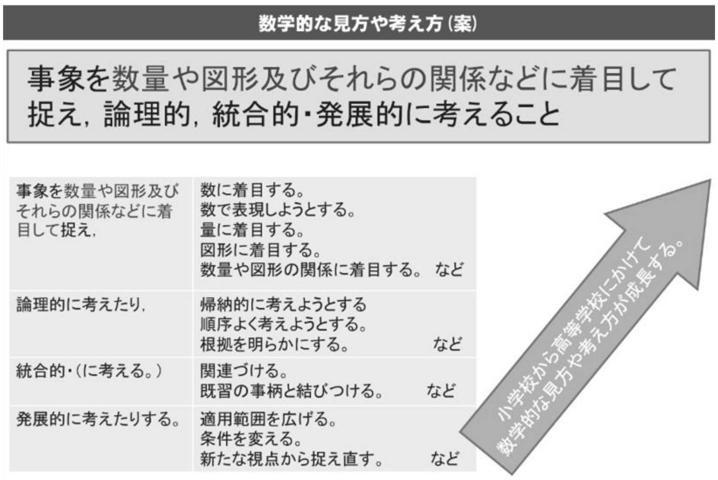
（５）本校数学科の学習指導の現状と課題

本校算数・数学科の授業を振り返ってみると，十分とは言えないが，日常的に算数・数学的活動の充実に向けた実践を積み重ねることができている。しかし，生徒が自ら必要を感じ，自らの課題として新しいことを考え出すように，「教師が適切な発問や助言」ができているかというと疑問が残る。特に，授業過程においては，集団解決を終えたあとの生徒の姿に物足りなさを感じる。問題解決を終えてもなお，「問題の条件を変えたらどうなるか」「問題について違った見方はできないか」「前にわかっていることで，これと同じに見られるものはないか」等の問いから，自ら進んで追究しようとする姿が多いとはいえないのが現状である。たまに生徒が，授業を終えた後に，生徒が授業内容を深めて「このように考えることもできると思うのですが，どうでしょうか？」「～だったら，こんなことも考えられますよね？」と質問をしにくることがある。この姿こそ，数学科で追い求めている姿だと強く感じる。このような生徒を１人でも多く増やしていきたいものである。そのためには，日常の指導において，個々の指導内容について創造的な学習指導を行い，生徒に創造的な学習過程の体験を積み重ねることが必要であると考える。

（６）創造的な学習指導について

創造的な学習指導のためには，「統合といったことによる発展的考察」が重要である（中島　1982)。数学教育における「統合」とは，多くの事柄をバラバラにしておかないで，より広い観点から，それらの本質的な共通性を抽象し，それよって同じものとしてまとめていこうとする考え方を意味している（片桐　1988）。「統合」については,「高次の統合」「包括的統合」「拡張的な統合」の３つに類型化できるが，「統合といった発展的考察」といった場合には，「拡張的な統合」がふさわしい。なぜなら，拡張的な統合とは条件を少し変えて，より包括的なものにする新しいものを次々と，取り入れてまとめていこうという意味だからである。次に「発展的考察」についてである。「発展的考察」とは，１つのことが得られてもさらによりよい方法を求めたり，これを基にしてより一般的なより新しいものを発見していこうとする考え方である（片桐　1988）。発展的に考察する力は，「広い意味での問題の条件を変えたり，ゆるめたりすること」「問題場面を変えること」「思考の観点を変えること」で培われていくと考える。

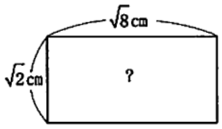
これらのことについて，教育課程部会算数・数学ワーキンググループでは，統合は「関連付け」「既習の事柄と結びつけ」，発展は，「適用範囲を広げる」「条件を変える」「新たな視点からとらえなおす」などを意味すると捉えている（右図参照）。同グループは，統合的・発展的な学習指導を学習過程に適切に位置付けていくことを強調しており，「統合による発展的考察」が今後の数学教育に強く求められていると考えずにはいられない。



教育課程部会算数・数学ワーキンググループ（第6回）配付資料抜粋

当然，一朝一夕に生徒が統合的な視点をもつことは難しい。初めは教師が意図的に課題を設定することで，生徒に統合・発展のさせ方を学ばせることが必要であろう。まずは，教師が統合的に考えて発展させた課題（例えば,「このような場合はどうなるだろうか」など）を与えていく。発展的な課題を解決したよろこびは数学のよさの実感にもつながる。それをさらに進めて，統合的にみた中に数学の本質的なおもしろさがみえたときに，数学の楽しさはさらに大きくなって生徒のものとなる。こうした学習指導の日常化が，生徒に数学の本質的なおもしろさを感得し，数学を楽しむきっかけをつくっていくのではないだろうか。

４　単元指導計画　（全１６時間）　　　　※前年度の集団を統制群とする。

| | 主な学習活動・手だて |
|---|---|
| 1 | 目標：平方根の意味について説明することができる。<br>問題　図（１cm間隔のドットペーパー）の中に次の条件をみたす正方形は何通りかけるだろうか。<br>条件：正方形の面積は９$\text{cm}^2$以下，正方形は点を結んでかく<br>課題　面積が２$\text{cm}^2$の正方形の一辺の長さは何cmかな？<br>まとめ１　「２乗するとａになる数」つまり，$x^2=a$ を成り立たせるｘの値をａの平方根という。<br>確認問題　次の数の平方根をいいなさい。（フラッシュカード）<br>①　１６　②　４９　③　$\frac{25}{81}$　④　$\frac{4}{25}$　⑤　０　⑥　－１　⑦　３　⑧　７　⑨　0.8　⑩　$\frac{5}{3}$<br>まとめ２　正の数には平方根が２つあって，それらの絶対値は等しく，符号は異なる。<br>０の平方根は０である。<br>練習問題　教科書 P.41 問３，P.42 問４ |
| 2 | 目標：根号を使って表した数の中で，根号を使わずに表すことができる数を，根号を使わずに表すことができる。<br>問題　次の数の中で，５になる数はどれだろうか。<br>㋐　$(\sqrt{5})^2$　㋑　$(-\sqrt{5})^2$　㋒　$\sqrt{25}$　㋓　$-\sqrt{25}$　㋔　$\sqrt{(-5)^2}$<br>課題　選んだ数はどうして５になるといえるのかな？<br>まとめ　平方根の定義から，次の式が成り立つ。$a>0$ のとき，$(\sqrt{a})^2=a$，$(-\sqrt{a})^2=a$<br>確認問題　次の数を根号を使わずに表しなさい。（フラッシュカード）<br>①　$(\sqrt{6})^2$　②　$(-\sqrt{6})^2$③　$\sqrt{81}$　$-$④　$\sqrt{49}$　⑤　$\sqrt{64}$　⑥　$-\sqrt{36}$　⑦　$\sqrt{(-3)^2}$　⑧　$-\sqrt{(-4)^2}$<br>練習問題　教科書 P.42 問５，P.43 問６<br>小テスト |
| 3 | 目標：平方根の大小を判断する方法を見いだすことができる。<br>問題　$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$，２の中で，一番大きいのはどれだろうか。<br>課題　どのように大きさを比べればよいのかな？<br>確認問題　－４，$-\sqrt{17}$の大小を，不等号を使って表しなさい。また，大小を判断した理由を説明しなさい。<br>まとめ　a，b が正の数で，a＜b ならば　$\sqrt{a}<\sqrt{b}$，$-\sqrt{b}<-\sqrt{a}$<br>練習問題　教科書 P.44 問７<br>手だて　ａを正の整数とするとき，次の式にあてはまるａの値をすべて求めなさい。<br>（１）　$3.5<\sqrt{a}<4$　（２）　$-\sqrt{18}<-a<-\sqrt{3}$<br>次の式にあてはまる自然数ｎは何個あるか求めなさい。<br>（１）　$3\leqq n<\sqrt{65}$　（２）　$\sqrt{23}<n<\sqrt{90}$ |
| 4 | 目標：有理数と無理数の意味について説明することができる。<br>問題　次の数のうち，分数で表すことのできる数はどれだろうか。<br>㋐　5　㋑　0.3　㋒　$\sqrt{4}$　㋓　$\sqrt{2}$<br>課題　分数で表すとどんな数になるのかな？<br>まとめ　ａを整数，ｂを０でない整数としたとき $\frac{a}{b}$ と表すことができる数を有理数，表すことができない数を無理数という。<br>確認問題　下の数のなかから，無理数を選びなさい。<br>㋐　－５　㋑　0.7　㋒　$\sqrt{6}$　㋓　$\sqrt{49}$<br>手だて　では，0.121212…は無理数なのだろうか。 |
| 5 | 問題演習 |
| 6 | 目標：平方根の計算で，$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$，$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$，$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$が成り立つことを説明することができる。<br>問題　縦が$\sqrt{2}$cm，横が$\sqrt{8}$cmの長方形の面積は，何$\text{cm}^2$だろうか。<br>課題１　いつでも$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$　と計算してよいのかな？<br>まとめ１　平方根の乗法について，次の式が成り立つ。$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$<br><br><br>課題２　本当に$\sqrt{8}=\sqrt{2}\times 2$なのかな？<br>まとめ２　$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$，$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$<br>確認問題　教科書 P.50,51 たしかめ①～③（フラッシュカード）<br>練習問題　教科書 P.50,51 問１，問２ |
| 7 | 目標：平方根を含む乗法の計算の仕方を，既習内容と関連付けて説明することができる。 |

| | |
|---|---|
| | 問題・課題　太郎さんは $\sqrt{18}\times(-\sqrt{12})$ の計算を次のようにした。<br>$\sqrt{18}\times(-\sqrt{12})=-\sqrt{18\times12}=-\sqrt{216}=-6\sqrt{6}$<br>花子さんはこの計算方法を見て，太郎さんに対して「もっと簡単に計算する方法を思いついたよ！」と言っている。花子さんはどんな方法を思いついたのだろうか。<br>確認問題　$\sqrt{14}\times\sqrt{21}$，$\sqrt{45}\times\sqrt{85}$の計算をしなさい。<br>まとめ　平方根の乗法の計算では，根号の中の数はなるべく小さい自然数にしてから計算する。<br>練習問題　教科書 P.54 問６ |
| 8 | （本時案参照） |
| 9 | 問題演習 |
| 10 | 目標：平方根の近似値を求めることができる。<br>平方根の数を変形することのよさを知る。<br>問題　２つの面積の正方形㋐，㋑がある。　㋐　300 ㎠　㋑　30000 ㎠<br>㋐の正方形に対して，㋑は面積が 100 倍であるが，１辺の長さは 100 倍であるといえるだろうか。<br>課題　$\sqrt{3}$＝1.732 とすると，それぞれの正方形の１辺の長さはどのように求めればよいのかな？<br>確認問題　次の面積の正方形の１辺の長さを少数で表したとき，数字の並び順が㋐，㋑と同じになるものを選びなさい。<br>①　0.3 ㎠　②　0.03 ㎠　③　0.003 ㎠<br>まとめ　平方根の近似値を求めるときには，目的に合わせて数を変形して求める。<br>練習問題　教科書 P.52 問４<br>小テスト |
| 11 | 目標：平方根を含む加法，減法の計算の仕方を，既習内容と関連付けて説明することができる。<br>問題　$\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{2+8}$と計算してよいだろうか。<br>課題　どうして$\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{2+8}$と計算してはいけないのかな？<br>まとめ　同じ数の平方根をふくんだ式は，同類項をまとめるのと同じようにして簡単にすることができる。<br>確認問題　教科書 P.55～57 たしかめ①～③，例４<br>練習問題　教科書 P.56,57 問１，問２，問３ |
| 12 | 目標：数の平方根を含む式を，乗法公式を使って計算することができる。<br>問題　$\sqrt{2}+\sqrt{3}$と$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$の計算結果は，どちらが大きいだろうか。<br>課題　$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$はどのように計算すればよいのかな？<br>確認問題　次の計算をしなさい。<br>①　$\sqrt{3}(\sqrt{6}+2)$　②　$(\sqrt{3}+2)(2\sqrt{3}+1)$　③　$(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-1)$<br>まとめ　平方根の計算でも，分配法則や乗法公式などを使って計算することができる。<br>手だて　$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$　はどのように分母の有理化をすればよいのだろうか。<br>練習問題　教科書 P.58 問１，問２，問３ |
| 13 | 目標：目的に合わせて式を変形して，式の値を能率的に求めることができる。<br>問題　$x=\sqrt{3}+2$，$y=\sqrt{3}-2$ のとき，次の式の値で１番大きいのはどれだろうか。<br>㋐　$x^2-xy$　㋑　$x^2+2xy+y^2$　㋒　$x^2-y^2$<br>課題　どんな工夫をすれば，もっとかんたんに式の値を求めることができるかな？<br>まとめ　式の値を求めるときには，式を目的に合わせて変形してから求めると求めやすくなることがある。<br>練習問題　教科書 P.59 問５，問６<br>手だて　次の式の値を求めなさい。<br>①　$a+b=\sqrt{14}$，$a-b=\sqrt{10}$のとき，ab　②　$a=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，$b=\sqrt{3}-\sqrt{2}$，$c=\sqrt{3}$のとき，$a^2+b^2-c^2+2ab$ |
| 14 | 目標：A 判の紙の２辺の長さがどのような関係になっているのか説明することができる。<br>問題　A４判のコピー用紙の，短い辺と長い辺の長さの比は何だろうか。<br>課題　紙を折ることで，長さの関係についてどのようなことがわかるのかな？<br>手だて　A５判のコピー用紙の，短い辺と長い辺の長さの比は何だろうか。<br>まとめ　正の数の平方根の数は，実際の生活場面でも活用されている。 |
| 15 | 問題演習 |
| 16 | 章の問題 |

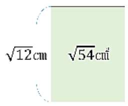
## ５　本時案

（１）本時の目標

・数の平方根を含む除法の計算の仕方を既習内容と関連付けて説明することができる。

・分母に根号を含む式の分母の有理化の仕方を知る。

（２）本時の展開（８／１５時間）　（○･･･発問　△…補助発問　□･･･指示，説明）




<table>
<tr><th>主な学習活動（下位目標）</th><th>教師の働きかけ・手だて</th><th>【評価方法】・備考</th></tr>
<tr><td colspan="2">問題　面積が$\sqrt{54}$cm²の長方形をつくりたい。<br>縦の長さが$\sqrt{12}$cmであるとき，横の長さは何cmにすればよいのだろうか。</td><td rowspan="3">・長方形を板書しながら問題を提示し，「横の長さは何cmだろうか」と問い，問題文（「横の長さは何cmだろうか」）を板書する。<br>・生徒はすぐに約分をして計算し始めるので，$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{54}{12}}$と式変形してもよいのか問い，主体的に課題追究するように仕向ける。</td></tr>
<tr><td>1. ノートに自分なりの考えを記入することができる。<br>【予想される生徒の反応】<br>㋐　そのまま計算<br>$\sqrt{54}\div\sqrt{12}=\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{54}{12}}=\sqrt{\frac{9}{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}$</td><td>○「横の長さは，どのように求めればよいのかな？」<br>㋑　根号の中の数をできるだけ小さい数にしてから計算<br>$\sqrt{54}\div\sqrt{12}==\frac{3\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}==\frac{3\sqrt{2}}{2}$<br>○「あれ，分母と分子の√の中どうしでいつでも約分してもよいのかな？」</td></tr>
<tr><td colspan="2">《課題１》いつでも　$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$　と計算してもよいのかな？</td></tr>
<tr><td>2. ノートに自分なりの考えや，他者の考えを記入することができる。<br>【予想される生徒の反応】<br>㋒　両辺を２乗して考える<br>（左辺）$^2$<br>$=\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=\frac{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\frac{a}{b}$　･･･①<br>（右辺）$^2$<br>$=\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2=\sqrt{\frac{a}{b}}\times\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{a}{b}$　･･･②<br>$0<\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$，$0<\sqrt{\frac{a}{b}}$　だから　$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$。よって，計算してもよい。</td><td>○「どのように考えたのかな？」<br>△「乗法の計算のときと同じようにできないかな？」<br>△「$A^2=B^2$ だったら，いつでも A＝B なのかな？」<br>□「自分の考えを発表してみよう。」</td><td>・机間指導<br>・生徒指名，板書<br>・解決の見通しが立たない生徒には，キーワードを生徒に発言させたり，前時のノートを確認させたり，それらを板書したりテレビに生徒のノートを示したりして，自分なりの考えが持てるよう促す。<br>・反例をあげさせて，両辺の値が同符号でなければ，２乗して等しくなっても正しい説明とは言えないことを確認する。<br>【ノート，発表】</td></tr>
<tr><td colspan="2">まとめ１　a，bを正の数とするとき，平方根の除法について，次の式が成り立つ。$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$</td><td rowspan="3">・教科書 P.50 でも確認する。</td></tr>
<tr><td></td><td>○（㋐，㋑について）「どちらかの計算方法は間違っているのかな？」</td></tr>
<tr><td colspan="2">《課題２》$\frac{3}{\sqrt{2}}$　と　$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　は本当に等しいのかな？…手だて</td></tr>
<tr><td>3. ノートに自分なりの考えや，他者の考えを記入することができる。</td><td>○「どのように考えたのかな？」<br>△「$\frac{3}{\sqrt{2}}$の分母を整数になおせるのかな？」</td><td>・机間指導<br>・生徒指名，板書</td></tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| 【予想される生徒の反応】<br>㋐　近似値を使って考える<br>$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.41421356237$<br>だから，<br>$\frac{3}{\sqrt{2}} = 3 \div \sqrt{2} = 3 \div 1.41421356237$<br>$= 2.12132034356$　…①<br>$\frac{3\sqrt{2}}{2} = 4.24264068711 \div 2$<br>$= 2.12132034355$　…②<br>①≒②より，等しいかもしれない。 | ㋑　両方を２乗して考える<br>$\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3\times3}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{9}{2}$　…①<br>$\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3\sqrt{2}\times3\sqrt{2}}{2\times2} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$　…②<br>$0 < \frac{3}{\sqrt{2}}$，$0 < \frac{3\sqrt{2}}{2}$だから①＝②。よって，等しい。<br><br>㋒　分母を有理化する<br>$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$　より，等しい。 | ・解決の見通しが立たない生徒には，キーワードを生徒に発言させたり，それらを板書したりテレビに生徒のノートを示したりして，自分なりの考えが持てるよう促す。<br>・「なぜ」「どうして」を大切にして問い返しをする。<br>・他にも「㋓　両方を根号のついた形にする」と反応する生徒もいる可能性がある。<br>・㋐，㋓は無理に取り扱わない。㋑，㋒の順に発表させる。<br>・教科書 P.53 でも確認する。<br>・今後，計算等の答は，分母を有理化して表すことを確認する。 |
| まとめ２　分数の分母に根号がない形に表すことを，分母を有理化するという。 | | 【ノート，発表】<br>・早くできた生徒には，教科書の問題を解くよう指示する。 |
| 4. まとめたことを使って計算する過程をノートに記入することができる。 | □「では，試してみよう。」 | |
| 確認問題　次の計算をしなさい。<br>（１）　$\sqrt{12} \div \sqrt{3}$　（２）　$6 \div \sqrt{3}$ | 答.（１）2<br>（２）$2\sqrt{3}$ | |
| 宿題　$-10 \div \sqrt{8}$　の計算をしなさい。 | 答.　$-\frac{5\sqrt{2}}{2}$ | ・宿題の解答は次時にして，問題演習につなげる。 |