# 数 学 科 授 業 案

日　時　平成27年11月6日(金)　　校時
生　徒　3年C組 男子13名 女子21名 計34名
授業場　3年C組教室
授業者　赤　本　純　基

---

1　**単元名**　「5章　相似な図形」(使用教科書　「東京書籍」)

2　**単元について**

（1）単元観

「相似な図形」は「円」「三平方の定理」の単元とともに義務教育9年間での図形学習の到達点として位置付けられた。その単元の目的は，三角形や多角形などについて形が同じであることの意味を，小学校算数科で学んできた「縮図や拡大図」の学習の上に立って，さらに明確にすることである。小学校で帰納的に導いてきた図形の性質を，中学校では論証を用いて演繹的に明らかにしていくこととなる。

しかし，今日の我が国の中学生の論証の定着は芳しくない。平成27年度の全国学力学習状況調査において，証明に関する問題の正答率は「証明の必要性と意味を理解しているか」をみる問題〔数学A　8〕は26.4%，「証明を振り返り，新たな性質を見いだすことができるか」をみる問題〔数学B　4⑴〕は43.4%，「発展的に考え，条件を変えた場合について証明することができるか」を見る問題〔数学B　4⑵〕は50.5%であり，総じて課題を抱えている状況といえる。現行中学校学習指導要領解説数学編(以下解説数学編)では，中学校第3学年の図形学習の目標を「図形の相似，円周角と中心角の関係や三平方の定理について，観察，操作や実験などの活動を通して理解し，それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに，図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす」と設定しているが，指導によりよい工夫が必要とされているのが現状といえよう。

（2）生徒観

省　略

（3）指導観

単元観と生徒観を踏まえ，本単元の指導の重点を次のように捉えた。

①　「証明を振り返り，新たな性質を見いだすことができるようにする」
　証明を書くことだけではなく，証明を読む場面を設定し，証明の結果や過程を振り返り，新たな性質を見いだすことができるように指導する。

②　「問題の条件を変えて，発展的に考えることができるようにする」
　証明を読み，結論を導くために欠かせない条件や性質を捉える場面を設定し，問題の条件を変えて，発展的に考えることができるように指導する。

さらに，①と②の指導を一層充実させるために，以下に記す本校数学科の研究の手だてを講じる。

研究の視点(本実践に焦点化した研究に関わる手だて･･･教科論考参照)

**本時の授業のまとめの前後に意図的に「確認問題」を位置付ける**

本単元における「確認問題」の位置付けについては，次の2つのタイプがあると考えている。

(タイプ2)　1つの場面で考えたことを一般化につなげる確認問題(本時)

(確認問題→まとめ→練習問題)

例)　第5時「相似な図形の活用」で実測できない2点間の距離を相似な図形の性質を用いて求める方法を説明した後，他の事象でも同じように実測できない2点間の距離を求めることができるのかを確かめ，いつでも使える方法としてまとめ，教科書の練習問題に進む。

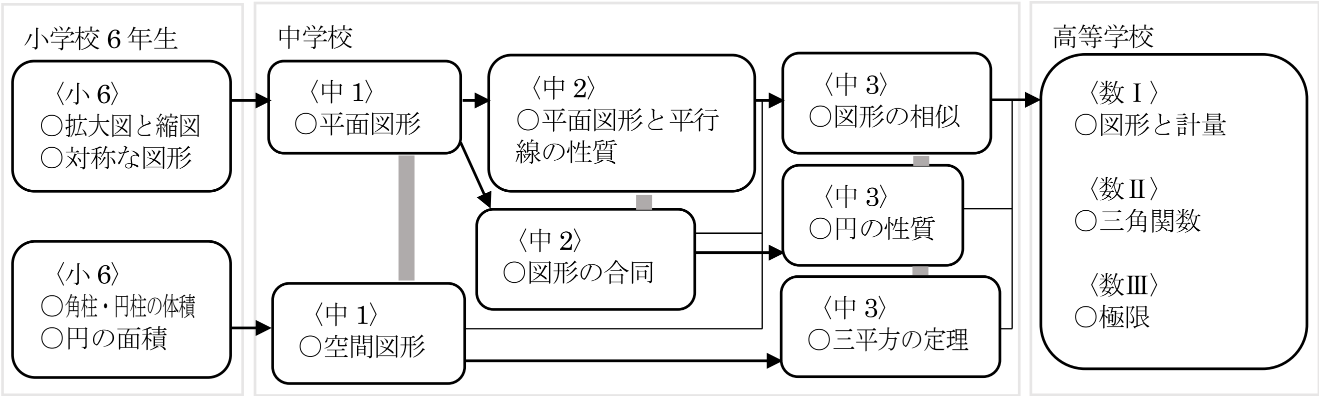
(タイプ3)　生徒の理解を確かなものにする確認問題

(まとめ→確認問題→練習問題)

例)　第1時「相似な図形」で，相似な図形についての意味の理解を図り，まとめをした後，情報が制限された2つの図形が相似であるかを問う問題を「確認問題」として用いて相似な図形についての意味理解を確かめ，その後教科書の練習問題に進む。

## 3　小中連携による研究とのかかわり

（1）生徒観小学校の単元とのかかわり




（2）小中９年間で算数数学科で育む「自ら学ぶ意味を創造できる児童生徒」の姿
　数学科教科論考参照

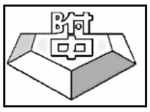
## 4　単元の目標

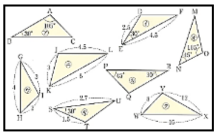
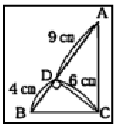
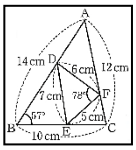
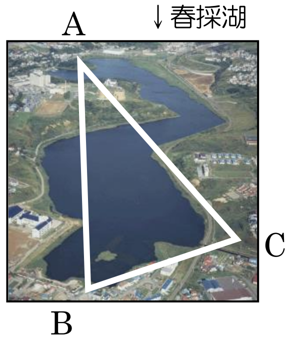
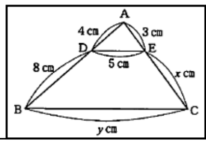
図形の性質を三角形の相似条件などを用いて論理的に確かめる活動を通して，相似な図形の性質や三角形の相似条件，平行線と線分の比の性質について理解を深めたり，筋道を立てて説明できるようにしたりするとともに，それらを問題の解決に活用しようとする態度を育てる。

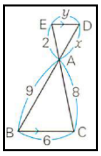
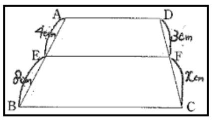
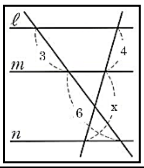
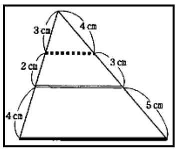
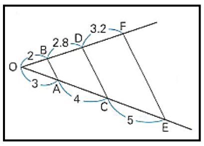
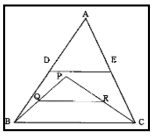
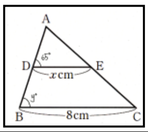
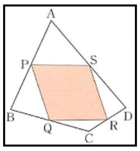
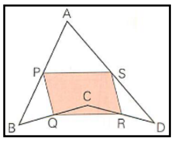
## 5　単元の評価規準

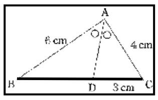
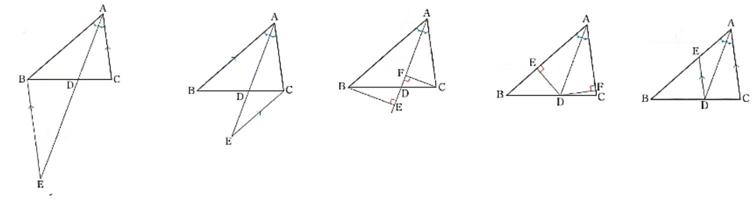
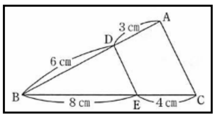
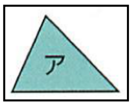
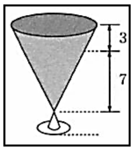
| 関心・意欲・態度 | 数学的な見方や考え方 | 数学的な技能 | 知識・理解 |
|---|---|---|---|
| ㋐　相似な図形の性質に関心をもち，それについて考えたり，それを用いて証明したりしようとしている。<br>㋑　平行線と線分の比についての性質に関心をもち，平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明しようとしている。<br>㋒　相似な図形の相似比と面積比及び体積比に関心をもち，それらの関係について考えようとしている。 | ㋐　相似な図形に潜む関係や法則を見いだしたり，数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり，その過程を振り返って考えを深めたりすることができる。<br>㋑　平行線と線分の比についての性質を，平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明することができる。<br>㋒　相似な図形の相似比と面積比及び体積比を調べ，文字式を用いるなどしてそれらの関係について考えることができる。 | ㋐　相似な図形の性質を，数学の用語や記号を用いて簡潔に表現したり，線分の長さを求めたりすることができる。<br>㋑　平行線と線分の比についての性質を用いて表したり，線分の長さを求めたりすることができる。<br>㋒　ある図形の面積や体積がわかっているとき，その図形と相似な図形の面積や体積を相似比を基にして求めることができる。 | ㋐　相似な図形の性質について理解している。<br>㋑　平行線と線分の比についての性質を理解している。<br>㋒　相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解している。 |

## 6　単元指導計画

| | 学習事項 | 主な学習活動・手だて | 評価 関 | 評価 考 | 評価 技 | 評価 知 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1節<br>相似な図形 | 目標：相似な図形の性質を見いだそうとしている。<br>　相似な図形の性質について理解している。<br><br>問題　附属中学校の校章を２倍に拡大した図をかいてみよう。<br>まとめ　相似な図形では，対応する部分の長さの比は等しく，対応する角の大きさはそれぞれ等しい。<br>確認問題(タイプ 3)<br>　次のような図形の中で，それぞれが必ず相似であるといえるもの | ㋐ | | | ㋐ |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | を選びなさい。<br>① 直径が 10 cmの円と 20 cmの円<br>② 1辺の長さが 4 cmの正方形と 6 cmの正方形<br>③ 1辺の長さが 3 cmのひし形と 5 cmのひし形 | | | | |
| 2<br><br>3 | | 目標：作図した△ABC と相似な三角形を基にして，2つの三角形が相似になるための条件を見いだすことができる。<br>2つの三角形が相似であることや，辺や角の関係などを記号を用いて表したり，その意味を読み取ったりすることができる。<br>問題 △ABC の辺の長さを 2 倍に拡大した相似な三角形をいろいろな方法で作図してみよう。<br>まとめ 2つの三角形は次のどれかが成り立つとき相似である。<br>①3組の辺の比がすべて等しい。②2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。③2組の角がそれぞれ等しい。<br>確認問題(タイプ 3)<br><br>右の図において，相似な三角形を，記号∽を使って表し，そのとき使った相似条件をいいなさい。 | | ㋐ | ㋐ | |
| 4 | | 目標：見いだした 2 つの三角形が相似であることの証明の方針を，相似条件を成り立たせる根拠を見つけて説明することができる。<br><br><br>問題 図の中で，相似な三角形はどれだろうか。<br>確認問題(タイプ 2)<br><br>図の中で，△ABC と△DEF が相似であることを証明するための根拠を見つけなさい。<br>まとめ 図形の中で見いだした三角形が相似であることは，相似条件を成り立たせる根拠を見つけて証明する。 | | ㋐ | | |
| 5 | | 目標：三角形の相似条件を用いて，身のまわりの 2 点間の距離を求めることができる。<br><br><br>問題 春採湖をはさむ 2 地点 A，B 間の距離を求めるために，2 地点を見渡せる C 地点を決め，C，A 間，C，B 間の距離と∠C の大きさを測定したところ，それぞれ 2.7 ㎞，2 ㎞，65°であった。このとき，A，B 間の距離は何kmだろうか。<br>確認問題(タイプ 2)<br><br>↑校 舎<br><br>↑仮校舎<br>ある時刻に，身長 1.5m の A さんが自分の影の長さと附属中学校の校舎の影の長さを測ったところ，それぞれ 1.2m，16m だった。A さんとは違う時刻に，身長 1.8 mの B さんが自分の影の長さと仮校舎の影の長さを測ったところ，それぞれ 3m，35mだった。どちらの校舎の方が高いだろうか。<br>まとめ 2つの相似な三角形の相似比を利用すると，実測できない 2 点間の距離を測ることができる。 | | ㋐ | ㋐ | |
| 6 | | 問題演習 | | ㋐ | ㋐ | ㋐ |
| 7 | 2節<br>平行線と比 | 目標：平行線と線分の比についての性質に関心をもち，それらを用いて証明しようとしている。<br>三角形と比についての性質を理解している。<br><br>問題 右の図で，BC//DE である。このとき，x，y の値を何だろうか。<br>まとめ 定理 △ABC の辺 AB，AC 上の点を | ㋑ | | | ㋑ |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | それぞれ D，E とするとき DE//BC ならば，<br>①AD:AB＝AE:AC＝DE:BC　②AD:DB＝AE:EC<br>確認問題(タイプ 3)　右の図で DE//BC である。このとき，x，y の値を求めなさい。また，そのように求められる理由を説明しなさい。<br> | | | | |
| 8 | | 目標：平行線と線分の比の性質を用いて，線分の長さを求めることができる。<br>問題　右の図の台形 ABCD で，底辺 BC に平行になるように EF をひく。このとき， x の値は何だろうか。<br><br>確認問題(タイプ 2)　右の図で，l，m，n がいずれも平行であるとき，x の値を求めよ。<br><br>まとめ　定理　平行な 3 直線 a，b，c が直線 l と それぞれ A，B，C で交わり，直線 l'とそれぞれ A'，B'，C'で交われば，AB:BC＝A'B':B'C' | | | ㋑ | |
| 9 | | 目標：三角形の相似を用いて，線分の平行を判断することができる。<br>問題　右の図の 3 つの直線は平行だろうか。<br><br>まとめ　定理　△ABC の辺 AB，AC 上の点をそれぞれ D，E とするとき<br>①AD:AB＝AE:AC＝DE:BC　ならば　DE//BC<br>②AD:DB＝AE:EC　ならば　DE//BC<br>確認問題(タイプ 3)　右の図の中で，平行な線分を見つけ，その理由を説明しなさい。<br> | | ㋑ | ㋑ | |
| 10 | | 目標：相似や平行線と比の考え方などから中点連結定理が成り立つことを見いだす活動を通して，中点連結定理を理解している。<br><br>問題　右の図のように△ABC をかき，辺 AB，辺 AC の中点を D，E とし，D と E を結ぶ。次に，DE と BC の間に点 P をとり，辺 PB，辺 PC の中点を Q，R として結ぶ。このとき，DE と QR はどちらが長いだろうか。<br>まとめ　中点連結定理　△ABC の 2 辺 AB，AC の中点を結ぶ線分 DE と BC には次の関係が成り立つ。DE//BC，DE=1/2BC<br>確認問題(タイプ 3)　右の図の△ABC で，点 D，E はそれぞれ辺 AB，AC の中点です。このとき，x，y の値を求めなさい。また，そのように求められる理由を説明しなさい。<br> | | ㋑ | | ㋑ |
| 11 | | 目標：図形の性質を中点連結定理を用いて証明することができる。<br>問題　右の図の中の四角形 PQRS は，どんな四角形だろうか。<br><br>確認問題(タイプ 2)　点 C を BD に対して点 A と同じ側にとると，四角形 PQRS はどんな四角形になるか答えなさい。また，その理由を説明しなさい。<br><br>まとめ　四角形の各辺の中点を結んだ四角形は平行四辺形であることは，中点連結定理によって証明することができる。 | | ㋑ | | |

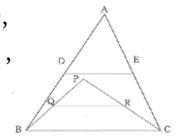
| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | | 目標：与えられた図形の中に相似な図形を見いだし，相似な図形の性質を用いることで図形の性質などを考えることができる。<br>問題　右の図の△ABC で、∠BAD＝∠CAD である。このとき、BD の長さは何cmだろうか。<br>まとめ　定理　△ABC で, 各 A の二等分線と辺 BC との交点を D とすると，AB:AC＝BD:CD である。<br>確認問題(タイプ 3)　まとめた定理について次の図を使って証明する場合，どのような図形の性質を使えばよいか説明しなさい。<br>①　②　③　④　⑤<br> | | ㋑ | | |
| 13 | | 問題演習 | | ㋑ | ㋑ | ㋑ |
| 14 | 3 節<br>相似な図形の体積と面積 | 目標：相似な図形の相似比と面積比の関係について理解している。<br>問題　右の図の四角形 ADEC と△DBE の面積はどちらが大きいだろうか。<br>確認問題(タイプ 2)　右の図の三角形アの辺の長さが 3 倍の相似な三角形を作るのに, アの三角形は何枚使えばよいか求めなさい。<br>まとめ　相似な平面図形では，面積比は相似比の 2 乗に等しい。 | ㋒ | | | ㋒ |
| 15 | | 目標：相似な図形の相似比と体積比の関係を調べ，それを用いて問題を解決することができる。<br>問題　右の図の立体で, 上から 3 分目までの水の体積と, 上から 3 分目までの水を除いた水の体積はどちらの方が大きいだろうか。<br>まとめ　相似な立体では, 体積比は相似比の 3 乗に等しい。<br>確認問題(タイプ 3)　問題で上から何分目で分けると，水の体積は等しくなるか求めなさい。 | | ㋒ | ㋒ | |
| 16 | | 章末テスト | | | | |

## 7　本時案

（1）本時の目標

- 相似や平行線と比の考え方などから中点連結定理が成り立つことを見いだすことができる。
- 見いだした中点連結定理について理解している。

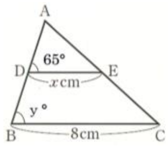
（2）本時の展開（10／16 時間）　　（○･･･発問　　△…補助発問　□･･･指示，説明）

| 主な学習活動（下位目標） | 教師の働きかけ・手だて | 【評価方法】・備考 |
|---|---|---|
| 問題　右の図のように△ABC をかき，辺 AB，辺 AC の中点を D，E とし，D と E を結ぶ。次に，DE と BC の間に点 P をとり，辺 PB，辺 PC の中点を Q，R として結ぶ。<br>このとき，DE と QR はどちらが長いだろうか。<br> | | ・問題の説明をしながら図を黒板にかき（BC は 6 ㎝とかく），「DE と QR はどちらが長いだろうか？」と板書し問題を提示する。その際，生徒も一緒にノートに図をかかせる。「ノートの 6 行分を使い図を書きなさい」「底辺は 6 ㎝にしなさい」など，細かく指示を出していく。 |
| 1．ノートに予想した辺を記入することができる。<br>2．ノートに図を作図し，実測により調べることができる。<br>【予想される生徒の反応】<br>・DE=QR<br>・DE//QR<br>・$DE=\frac{1}{2}BC$，$QR=\frac{1}{2}BC$ | ○「予想してみよう。」<br>○「どのように確かめるとよいのだろう。」<br>※見た目と異なり，同じ長さになることに疑問をもっているところで，「本当に同じ長さなのか」「いつでも同じ長さなのか」問い返す。<br>△「この図から他に気付くことはないかな？」 | 【ノート，観察】<br>・予想はノートの端に書かせる。<br>【ノート，発表】 |
| 《課題》DE と QR はいつでも同じ長さになるのだろうか？ | | |
| 3．自分の考え方をノートに記入することができる。 | □「確かめてみよう。」<br>△「BC が 7 ㎝，8 ㎝，9 ㎝･･･のときなど，すべての場合を調べなければならないのかな？」<br>△「どうしていつでも同じ長さになるのだろうか？」<br>△「△ADE と△PQR の合同（相似）を言えばよいのかな？」　・合同でも相似でもない<br>△「相似な図形はどこにあるのかな？」<br>・△ADE と△ABC，△PQR と△PBC<br>△「△ADE∽△ABC，△PQR∽△PBC は証明できるかな？」 | 【ノート，発表】<br>・机間指導<br>・生徒指名，板書<br>・解決の見通しが立たない生徒には，キーワードを生徒に発言させたり，証明するために必要な定理を確認したり，それらを板書したりテレビに生徒のノートを示したりして，自分なりの考えが持てるよう促す。<br>・「なぜ」「どうして」を大切にして問い返しをする。<br>・㋐，㋑の順に発表させる（無理に両方はとりあげない）。また，別証明についてはここではとりあげない。<br>・2 つの三角形を比べやすくするために，△ADE と△ABC，△PQR と△PBC が比べられる図を掲示する。 |
| 【予想される生徒の考え方】<br>㋐　2 つの三角形の相似を証明する。<br>△ADE と△ABC で，<br>AD:AB=AE:AC=1:2･･･①<br>∠A=∠A　(共通)･･･②<br>①，②より 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，<br>△ADE∽△ABC<br>よって，DE:BC=1:2･･･③<br>同様にして，△PQR∽△PBC より，<br>QR:BC=1:2･･･④<br>③，④より DE=QR | ㋑　平行線と比から平行を導いて考える。<br>△ABC において，<br>AD:DB=AE:EC=1:1<br>これより，DE//BC（三角形と比（2）の 2）<br>DE//BC より，<br>AD:AB=AE:AC=DE:BC=1:2<br>（三角形と比（1）の 1）･･･①<br>同様にして，QR//BC より，<br>PQ:PB=PR:PC=QR:BC=1:2･･･②<br>①，②より DE=QR<br>問題の答え　DE と QR の長さは等しい。<br>○「2 つの証明をみて，中点を結んでできた線分 DE と BC にはどんな位置関係があるといえるかな。」 | ・DE//BC と答えた生徒にどうして平行といえるのか，証明を利用させて説明させる。<br>・まとめたことを教科書 P.132 でも確認する。 |
| まとめ　中点連結定理　△ABC の 2 辺 AB，AC の中点を結ぶ線分 DE と BC には次の関係が成り立つ。DE//BC，$DE=\frac{1}{2}BC$ | | |

| | | |
|---|---|---|
| 4．中点連結定理を使って答えを導き，プリントに記入することができる。 | □「中点連結定理を使ってみよう。」 | 【ノート，発表】<br>・生徒指名，板書<br>・早くできた生徒には，練習問題に取り組むように指示する。<br>・中点連結定理という言葉を使って，問題を解決する手順を説明できているか問い返す。 |

**確認問題（タイプ3）**

右の図の△ABC で，点D，E はそれぞれ辺AB，AC の中点です。このとき，ｘ，ｙの値を求めなさい。また，そのように求められる理由を「中点連結定理」という言葉を使って説明しなさい。



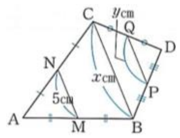

確認問題の答え

△ABC で，点D，E はそれぞれ辺AB，AC の中点なので，中点連結定理により DE：BC＝1：2。よって，ｘ：8＝1：2 なので， ｘ＝4 ㎝である。

中点連結定理により，DE//BC。平行線の同位角は等しいので，∠ADE＝∠ABC。よって， ｙ＝65°である。

練習問題

1　次の図で，点M，N，P，Qは，各辺の中点である。このとき，ｘ，ｙの値をそれぞれ求めなさい。



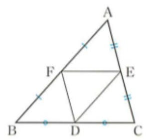

練習問題の答え

ｘ＝10，ｙ＝5

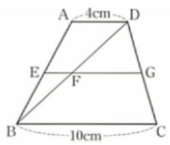
・生徒指名，板書
・早くできた生徒には，発展問題に取り組むように指示する。
・解決の見通しが立たない生徒には，
・問題の図を使い，関連性に気付かせる。
・宿題を提示する。
・「ユークリッド原論」における中点連結定理の証明の紹介をして，知的好奇心を高めたい。
・中点連結定理の別証明を自由課題とすることを伝える。

宿　題

1　△ABC の辺 BC，CA，AB の中点をそれぞれ D，E，F とするとき，△DEF と△ABC の相似比を求めなさい。また，△ABC の面積が 8 ㎝$^2$のとき，△DEF の面積を求めなさい。（教科書 P.132 問 10）




2　右の図で，四角形 ABCD は，AD//BC の台形です。辺 AB の中点を E とし，E から辺 BC に平行な直線をひき，BD，CD との交点をそれぞれ F，G とします。EF，EG の長さを求めなさい。（教科書 P.132 問 11）




宿題の答え

1　△DEF：△ABC＝1：2

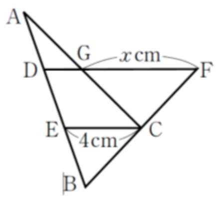
△DEF＝2 ㎝$^2$

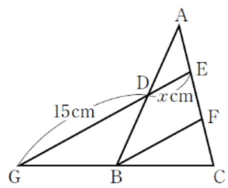
2　EF＝2 ㎝，EG＝7 ㎝

発展問題

下の図で，ｘの値を求めなさい。

（1）AD＝DE=EB，BC＝CF　　（2）AD＝DB，AE＝EF＝FC




発展問題の答え

（1）　ｘ＝6　（2）　ｘ＝5